

# Proprietà Efficaci di Materiali Aggregativi in Compressione

Elena Ferretti

*DISTART, Scienza delle Costruzioni - Università di Bologna  
Viale Risorgimento, 2 – 40136 Bologna  
e-mail: elena.ferretti@mail.ing.unibo.it*

**Keywords: concrete, identification, damage, constitutive law**

## Sommario

Viene proposta una nuova procedura per identificare la relazione tensione efficace-deformazione efficace in compressione monoassiale per materiali aggregativi. Considerando il provino come una struttura, la procedura identifica le proprietà efficaci a partire dai dati sperimentali, avvalendosi della formulazione propria della Meccanica del Danno. Questo modo di procedere sovverte l'andamento della curva tensione media-deformazione media in compressione monoassiale, tradizionalmente identificata (fig. (1)). La procedura di identificazione fornisce un risultato coerente con condizioni algebriche, nel lavoro dimostrate, per la curva delle proprietà efficaci. Vengono presentati i risultati relativi a cilindri di varia snellezza.

## Abstract

A new procedure is proposed for identifying in mono-axial compression effective stress-effective strain relationship for aggregates. By considering the specimen as a structure, the procedure identifies effective properties from experimental data, making use of Damage Mechanics typical formulation. This way of proceeding overthrows traditionally identified mono-axial average stress-average strain relationship (fig. (1)). The identification procedure supplies a result consistent with algebraic conditions, in the work shown, for the curve with the effective properties. The results concerning cylinders of several slenderness are presented.

## 1 INTRODUZIONE

Nell'intento di derivare dai dati sperimentali un legame costitutivo del materiale in compressione monoassiale, è comune definire la tensione media  $\bar{\sigma}$  e la deformazione media  $\bar{\epsilon}$  come mostrato in fig. (1).

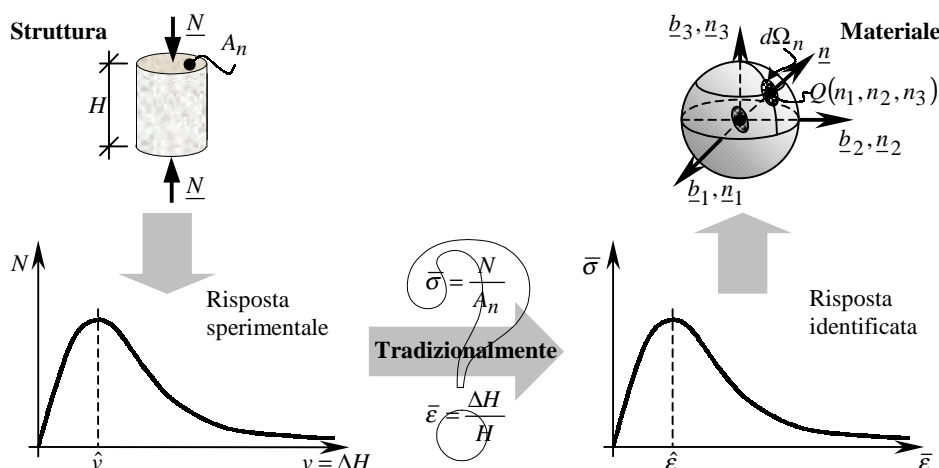


Fig. 1 Tradizionale identificazione della legge costitutiva monoassiale a partire dai risultati sperimentali

Alla relazione  $\bar{\sigma}$  -  $\bar{\epsilon}$  in fig. (1) viene attribuito il significato di legge costitutiva in monoassiale per processi di deformazione monotoni. Tuttavia, l'associazione al legame  $\bar{\sigma}$  -  $\bar{\epsilon}$  dell'attributo "costitutivo", nel senso di rappresentativo del comportamento meccanico del materiale, si presta alle seguenti osservazioni:

1. una legge costitutiva non può comprendere l'effetto dimensionale, come invece si verifica per la legge  $\bar{\sigma}$  -  $\bar{\epsilon}$  di fig. (1);

2. l'approccio di identificazione di fig. (1) consiste in un mero cambiamento di scala: la curva identificata risulta omotetica a quella sperimentale. Tuttavia, poiché il concetto di instabilità perde senso nell'intorno infinitesimo (scala del materiale) [3], non è possibile associare significato fisico al comportamento softening della risposta del materiale. D'altra parte, già a partire dall'inizio del XX secolo, diversi autori hanno considerato del tutto inammissibile il comportamento strain-softening (per un'estesa bibliografia in proposito si veda [4]).

Le osservazioni evidenziate derivano dall'impossibilità di eseguire prove meccaniche sul materiale: i solidi di prova correntemente utilizzati per tale finalità sono da considerare strutture interagenti con la macchina di prova (fig.(1), [1]). Ne consegue che i risultati sperimentali caratterizzano in modo univoco la risposta del sistema provino-macchina di prova, mentre non sono in alcun modo rappresentativi della risposta costitutiva del materiale. In questo senso, associando il diagramma carico-spostamento,  $N-v$ , di fig. (1) al risultato di una prova di compressione su materiale aggregativo, il ramo softening può essere associato solo a quel particolare stato strutturale che viene indicato col termine "instabilità" e non può essere indicativo della risposta costitutiva del materiale se non attraverso un modello di identificazione. Vale a dire, per identificare leggi costitutive a partire da risultati sperimentali, è necessario valutare tutti i fattori che influenzano una prova di caratterizzazione meccanica. Infatti, per la natura strutturale del provino, il risultato sperimentale ( $R$ ) dipende non solo dalle proprietà costitutive ( $C$ ), ma anche dalla meccanica strutturale ( $S$ ), dall'interazione tra la macchina di prova ed il provino ( $I$ ) e dalle caratteristiche metrologiche della macchina di prova ( $M$ ):

$$R = C + S + I + M . \quad (1)$$

Sulla base di premesse concettualmente analoghe, Rosati [2] ha recentemente proposto un approccio per l'identificazione del comportamento in trazione del calcestruzzo.

Pertanto, si impone di ricercare (problema inverso) una procedura di identificazione del comportamento del materiale che rimuova le osservazioni all'approccio in fig. (1), a partire dal risultato sperimentale. Nel presente lavoro viene avanzata una proposta di identificazione del legame tensione efficace-deformazione efficace per calcestruzzo in compressione monoassiale monotona.

## 2 APPROCCIO DI IDENTIFICAZIONE DEL COMPORTAMENTO EFFICACE IN COMPRESSIONE MONOASSIALE MONOTONA

### 2.1. Identificazione della tensione efficace

Si indichino con  $K_C$ ,  $K_S$ ,  $K_I$  e  $K_M$  i contributi pesati assunti, rispettivamente, da  $C$ ,  $S$ ,  $I$  e  $M$  nella definizione di  $R$  (eq. (1)):  $C = K_C R$ ,  $S = K_S R$ ,  $I = K_I R$ ,  $M = K_M R$ , con  $K_C + K_S + K_I + K_M = 1$ . Tutti i contributi pesati estranei al comportamento costitutivo possono essere raggruppati in un unico fattore:

$$K = K_S + K_I + K_M . \quad (2)$$

La procedura di identificazione in fig. (1) comporta:

$$C \equiv R . \quad (3)$$

Con la posizione in eq. (2), l'eq. (3) viene sostituita dalla:

$$C = (1 - K)R . \quad (4)$$

L'equazione (4) permette di valutare le proprietà costitutive del materiale tenendo presente il comportamento del sistema provino-macchina di prova, rappresentato dal parametro  $K$ . Questo approccio, formalmente corretto, non è di immediata utilizzazione per l'identificazione di proprietà costitutive. Infatti, nel caso più generale,  $K_C = K_C(R)$ ,  $K_S = K_S(R)$ ,  $K_I = K_I(R)$  e  $K_M = K_M(R)$ , e quindi anche

$$K = K(R) , \quad (5)$$

sono funzioni del generico passo di carico e non costanti del sistema provino-macchina di prova.

In conclusione, non è possibile stabilire una corrispondenza omotetica tra curva sperimentale carico-spostamento e legame costitutivo monoassiale tensione-deformazione. Inoltre, poiché l'eq. (5) non è di obiettiva determinazione, il fattore di scala tra  $C$  e  $R$  può solo essere stimato, con riguardo alla scala del materiale. Ciò comporta l'identificazione di una risposta efficace e non costitutiva nella sua accezione formale rigorosa.

Ulteriore conseguenza dell'eq. (4), con la specificità dell'eq. (5) è la perdita di identità tra la forma della curva sperimentale e quella della curva efficace. In altre parole, la curva efficace potrebbe non esibire il tipico comportamento softening della curva sperimentale. Inoltre, poiché è impossibile associare un significato fisico

al comportamento strain-softening della risposta materiale, è condizione necessaria che la legge efficace identificata risulti monotona crescente.

Un'analisi [3] dei rapporti reciproci tra  $K_C$ ,  $K_S$ ,  $K_I$  e  $K_M$  per il calcestruzzo compresso ha mostrato che è possibile assumere  $K \cong K_S$ . Ovvero, in riferimento a provini cilindrici, la forte variazione dello schema strutturale che consegue alla propagazione di quadri fessurativi dominanti a forma bi-conica (fig. (2)) risulta preponderante rispetto agli altri addendi che compongono  $K$  (eq. (2)). Ne segue che, per identificare il fattore di scala dell'asse  $\sigma$  rispetto all'asse  $N$  (fig. (1)), è fondamentale introdurre un parametro le cui dimensioni siano quelle di un'area e la cui legge evolutiva sia indicativa della variazione con  $v$  dello schema strutturale. Nel seguito, questo parametro sarà indicato col simbolo  $A_{res}$ , area resistente. Nell'ipotesi  $K \cong K_S$ , il provino può essere considerato una struttura resistente (fig. (2)) con una parte di volume non collaborante.



Fig. 2 Struttura resistente a prova ultimata

Nel presente lavoro, si propone di valutare l'area resistente  $A_{res}$  in accordo con la Meccanica del Danno:

$$A_{res} = A_n(1 - D), \quad (6)$$

dove per  $D$ , parametro di danno, viene data una formulazione scalare.

In accordo con l'eq. (6), la tensione efficace  $\sigma_{eff}$  viene definita come tensione media sull'area  $A_{res}$ :

$$\sigma_{eff} = \frac{N}{A_{res}}, \quad (7)$$

ovvero, in maniera equivalente:

$$\sigma_{eff} = \bar{\sigma} \frac{A_n}{A_{res}}.$$

L'analogia col modo di operare della Meccanica del Danno è limitata all'espressione in eq. (6). Infatti, nella Meccanica del Danno,  $D$  ha una formulazione analitica ed è considerato uniformemente distribuito su  $A_n$ ; in questo studio, invece,  $D = D(R)$  viene valutato sperimentalmente ed è considerato localizzato nel volume di materiale non collaborante.

### 2.1.1. Questioni algebriche relative alla formulazione della tensione efficace

In questo paragrafo si vuole dimostrare come l'adozione della formulazione di tensione efficace in eq. (7), con la specificità dell'eq. (6), porti con sé interessanti informazioni sul segno della derivata prima della tensione efficace nel piano  $\sigma_{eff} - \bar{\epsilon}$ . Si ponga l'eq. (7) nella forma:

$$\sigma_{eff}(v) = \frac{N(v)}{A_{res}(v)}, \quad (8)$$

dove si è esplicitata la dipendenza di  $\sigma_{eff}$ ,  $A_{res}$ ,  $N$  e  $D$  dallo spostamento  $v$ . Si formi ora la derivata prima dell'eq. (8) rispetto alla variabile  $\bar{\epsilon}$ :

$$\frac{d\sigma_{eff}}{d\bar{\epsilon}} = \sigma'_{eff} \frac{dv}{d\bar{\epsilon}} = H \frac{N'A_{res} - NA'_{res}}{A_{res}^2}, \quad (9)$$

nella quale l'apice indica derivazione rispetto alla variabile  $v$  e  $H$  è la base di misura delle  $\bar{\epsilon}$ :

$$v = H\bar{\epsilon}.$$

Per la discussione del segno dell'eq. (9), si osservi che, nelle convenzioni di fig. (1) e detto  $\hat{v}$  il valore di spostamento impresso corrispondente al carico massimo:

$$N(v)_{v=\hat{v}} = N_{max},$$

si ha che:

- $N$  è una funzione monotona crescente fino al picco ( $N' \geq 0$ ,  $0 \leq v \leq \hat{v}$ ) e monotona strettamente decrescente oltre il picco ( $N' < 0$ ,  $v > \hat{v}$ );
- $A_{res}$  è una funzione monotona decrescente su tutto il dominio ( $A'_{res} \leq 0$ ,  $\forall v$ ), potendo assumere tangente nulla solo in un intorno dell'origine, corrispondente allo stato elastico lineare della struttura.

Per l'equazione (6), l'assunzione sulla monotonicità di  $A_{res}$  si riflette in una condizione di monotonicità per la legge di danno. In particolare, la condizione che la derivata prima di  $A_{res}$ , e quindi di  $D$ , sia non nulla al picco:

$$A'_{res}|_{v=\hat{v}} \neq 0, \quad D'|_{v=\hat{v}} \neq 0, \quad (10)$$

è validata dall'evidenza sperimentale, in quanto l'evoluzione di quadri fessurativi nell'intorno di  $v = \hat{v}$  è sempre molto rapida.

Da quanto detto, segue immediatamente che il segno di  $d\sigma_{eff}/d\bar{\epsilon}$  risulta positivo per  $0 \leq v \leq \hat{v}$ :

$$\frac{d\sigma_{eff}}{d\bar{\epsilon}} > 0 \quad 0 \leq v \leq \hat{v}. \quad (11)$$

In particolare, per  $v = \hat{v}$ , l'eq. (9) assume il valore:

$$\left. \frac{d\sigma_{eff}}{d\bar{\epsilon}} \right|_{v=\hat{v}} = -NH \frac{A'_{res}}{A_{res}^2} > 0,$$

nella quale la disuguaglianza stretta discende dalle assunzioni in eq. (10).

Dall'equazione (11) viene un primo risultato di importanza fondamentale: al punto a tangente nulla della curva  $N-v$  ( $v = \hat{v}$ ) corrisponde un punto sulla curva  $\sigma_{eff} - \bar{\epsilon}$  per il quale la tangente è strettamente positiva. Risultato notevole, questo, per il fatto di essere stato ricavato senza aver introdotto nessun tipo di ipotesi sulla forma della legge di danno  $D$ , a parte la condizione, fisicamente giustificabile, che essa assuma tangente non nulla in corrispondenza del carico massimo. È intuibile, e facilmente dimostrabile, come la stessa osservazione possa essere trasposta al punto corrispondente di  $N-v$  per  $v = \hat{v}$  sulla curva  $\sigma_{eff} - \epsilon_{eff}$ .

Per quanto riguarda, invece, il segno dell'eq. (9) per  $v > \hat{v}$ , questo è determinato dal rapporto  $\rho$  tra i due termini a numeratore:

$$\rho = \frac{N'A_{res}}{NA'_{res}},$$

risultando:

$$\frac{d\sigma_{eff}}{d\bar{\epsilon}} \geq 0 \quad \forall v > \hat{v}, \quad 0 \leq \rho \leq 1; \quad (12')$$

$$\frac{d\sigma_{eff}}{d\bar{\epsilon}} < 0 \quad \forall v > \hat{v}, \quad \rho > 1. \quad (12'')$$

In alternativa alle eq. (12), si può studiare il segno per  $v > \hat{v}$  della derivata prima della grandezza  $q$ , definita come segue:

$$q = \frac{\bar{\sigma}_{max}^{(7)} A_{res}}{\sigma_{eff}} = \frac{A_{res}}{A_n} \frac{N}{N_{max}},$$

nella quale si è esplicitata la funzione  $q$  come rapporto tra area resistente e carico normalizzati. Si ricava:

$$q' = -\bar{\sigma}_{max} \frac{\sigma'_{eff}}{\sigma_{eff}^2} = -\bar{\sigma}_{max} \frac{N'A_{res} - NA'_{res}}{N^2}. \quad (13)$$

Dall'equazione (13) si osserva che anche il segno di  $q'$  è determinato dal rapporto  $\rho$ , risultando:

$$q' > 0 \quad \forall v > \hat{v}, \quad \rho > 1;$$

$$q' \leq 0 \quad \forall v > \hat{v}, \quad 0 \leq \rho \leq 1.$$

D'altra parte, ciò discende direttamente dalle eq. (12) e dalla prima uguaglianza in eq. (13), per la quale il segno di  $q'$  e il segno di  $\sigma'_{eff}$  sono discordi  $\forall v$ .

In conclusione, mentre la positività di  $d\sigma_{eff}/d\bar{\varepsilon}$  è garantita per  $0 \leq v \leq \hat{v}$ , il segno dell'eq. (9) per i punti sul ramo di softening della curva  $N-v$  è noto se è nota la legge di danno  $D$ . Anche questo risultato può essere facilmente trasposto ai punti corrispondenti di  $\sigma_{eff} - \bar{\varepsilon}$  sulla curva  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$ .

## 2.2. Identificazione della deformazione efficace

Per quanto riguarda il fattore di scala dell'asse  $\varepsilon$  rispetto all'asse  $v$  (fig. (1)), la deformazione efficace  $\varepsilon_{eff}$  viene identificata considerando che, in un generico ciclo di scarico-ricarico, lavorino solo le forze conservative. In altre parole, questi cicli sarebbero caratterizzati da valori costanti di area resistente.

In questa ipotesi, la rigidità secante istantanea della legge  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$ ,  $E_s = \tan \alpha$  (fig. (3)), viene assunta uguale alla pendenza media del ciclo di scarico-ricarico, effettuato per il punto corrente. Quindi, il generico punto  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$  risulta dall'intersezione delle rette  $\sigma = \sigma_{eff}$  e  $\sigma = E_s \varepsilon$ .

In figura (3) è riportata l'identificazione della deformazione efficace  $\varepsilon_{eff}$  a partire dal valore di tensione efficace  $\sigma_{eff}$ , noto tramite le eq. (7,6) e la conoscenza della legge di danno  $D$ .

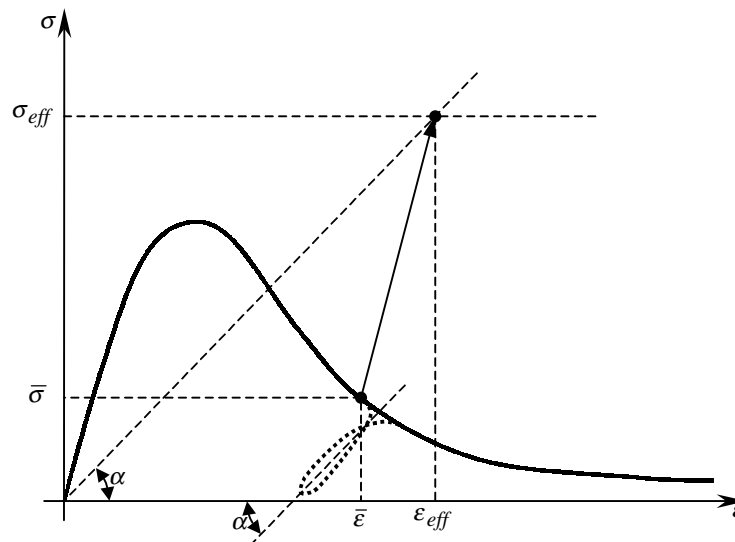


Fig. 3 Determinazione di  $\varepsilon_{eff}$  a partire dal valore noto di  $\sigma_{eff}$

## 3 RISULTATI PER IL CALCESTRUZZO IN COMPRESSIONE MONOASSIALE MONOTONA

Per poter operare la trasformazione in fig. (3) dal diagramma  $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$  al diagramma  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$ , occorre conoscere la funzione di danno  $D$  e la legge degli scarichi. Nel seguito viene presentata una proposta di valutazione di dette leggi per via sperimentale.

I risultati riportati sono relativi ad un programma sperimentale [3] su provini cilindrici in calcestruzzo con rapporto altezza/raggio variabile tra 3 e 8. La numerosità di provini per ognuna delle 6 geometrie confezionate è 3. I 18 cilindri sono stati sottoposti a prova nelle stesse condizioni termo-igrometriche e di maturazione, con processo di carico monoassiale monotono.

### 3.1. Legge degli scarichi

In figura (4) è possibile apprezzare come la legge degli scarichi risulti sensibilmente indipendente dalla snellezza dei provini. Ciò rafforza l'ipotesi (§2.2) secondo la quale, non variando l'area resistente nei cicli di scarico-ricarico, i parametri che caratterizzano tali cicli, compresa la loro pendenza media, sarebbero indicativi di proprietà del materiale e non dipendenti dalla meccanica strutturale.

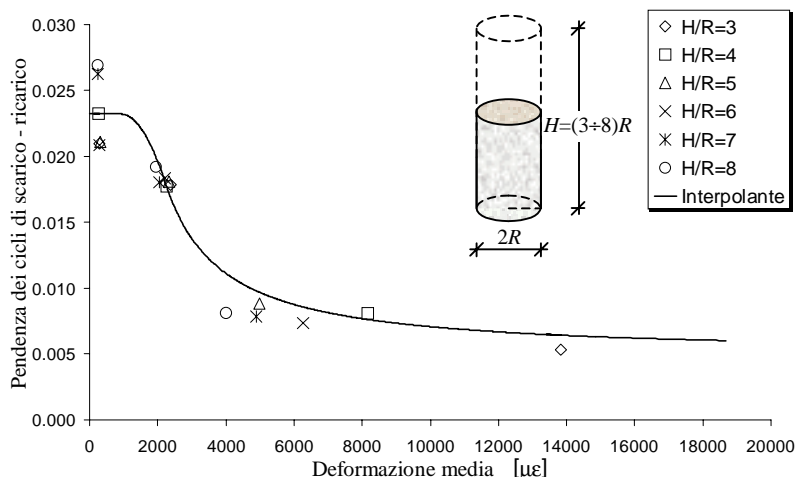


Fig. 4 Legge interpolante della variazione della pendenza media dei cicli di scarico-ricarico per snellezza variabile

### 3.2. Curva di danno sperimentale

Per valutare  $D = D(R)$ , si sono impiegate due diverse leggi sperimentali di danno. La prima legge [5],  $D_1$ , mette in relazione il danno con la velocità al punto corrente  $V$  e la velocità iniziale  $V_0$  del segnale microsismico (set-up della prova sperimentale in fig. (5a)):

$$D_1 = 1 - V/V_0 .$$

La seconda legge [6],  $D_2$ , mette in relazione il danno con l'energia dissipata al punto corrente  $W_d$  e l'energia dissipata totale  $W_{d,t}$  (fig. (5b)):

$$D_2 = W_d / W_{d,t} . \tag{14}$$

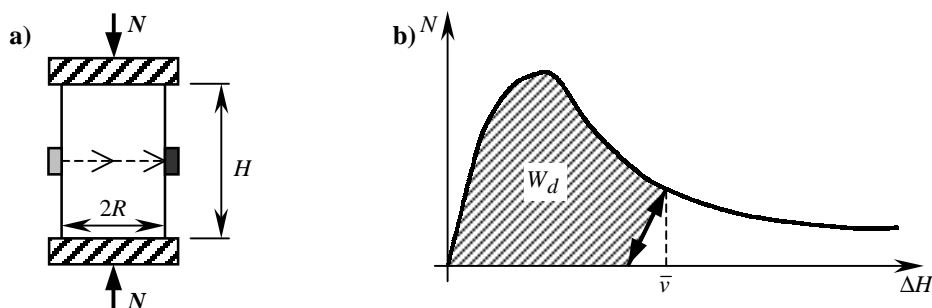


Fig. 5 a) Set-up sperimentale per l'acquisizione di  $D_1$ ; b) Valutazione di  $W_d$  per l'acquisizione di  $D_2$

La valutazione di  $W_d$  è stata fatta in accordo con la legge degli scarichi sperimentale (§3.1).

$D_1$  e  $D_2$  hanno fornito risultati molto prossimi tra loro fino alla soglia di accettabilità del rumore aggiunto (fig. (6)), corrispondente al valore di deformazione oltre al quale il disturbo, in termini di rumore, arrecato alla rilevazione microsismica dal propagarsi dei quadri fessurativi è tale da non poter più far apprezzare sensibili variazioni del segnale microsismico. Allo scopo di identificare le proprietà efficaci, il solo parametro di danno adottato in tutto quanto segue è  $D_2$ , in quanto non affetto da limitazioni sul campo di rilevazione.

L'assunzione di sole forze conservative agenti nei cicli di scarico-ricarico (§2.2), consente di valutare la difettosità dei provini allo stato naturale tramite una quota di danno iniziale  $D_0$  [6]. In quest'ipotesi, infatti,  $D_0$  risulta dal rapporto tra pendenza del ciclo di stabilizzazione e tangente all'origine dei diagrammi  $N-v$  (fig. (7)):

$$D_0 = 1 - \frac{E^0(\varepsilon)}{E_{eff_1}^0(\varepsilon)} \cong 1 - \frac{\tan \phi_c^0}{\tan \phi_s} \tag{15}$$

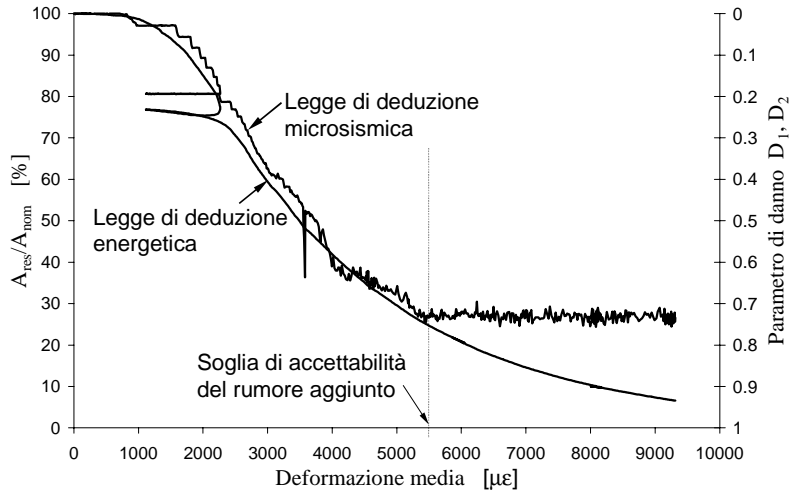


Fig. 6 Confronto tra i parametri di danno  $D_1$  e  $D_2$

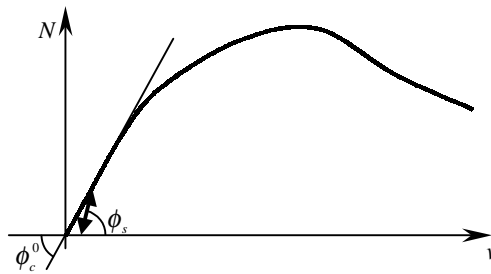


Fig. 7 Parametri utilizzati per la valutazione del danno iniziale  $D_0$

Si ricorda, per inciso, che il ciclo di stabilizzazione è un ciclo di scarico-ricarico effettuato per un precarico pari a circa il 10% del carico massimo presunto, nell'intento di limitare l'influenza sul dato sperimentale dell'interazione provino/macchina di prova e delle proprietà metrologiche della macchina di prova. Il modesto valore del precarico e l'interpretazione meccanica data alle pendenze di scarico-ricarico consentono di associare la differenza tra le pendenze di carico e di scarico ad una quota di danno indipendente dalla storia di carico, che caratterizza il provino allo stato naturale.

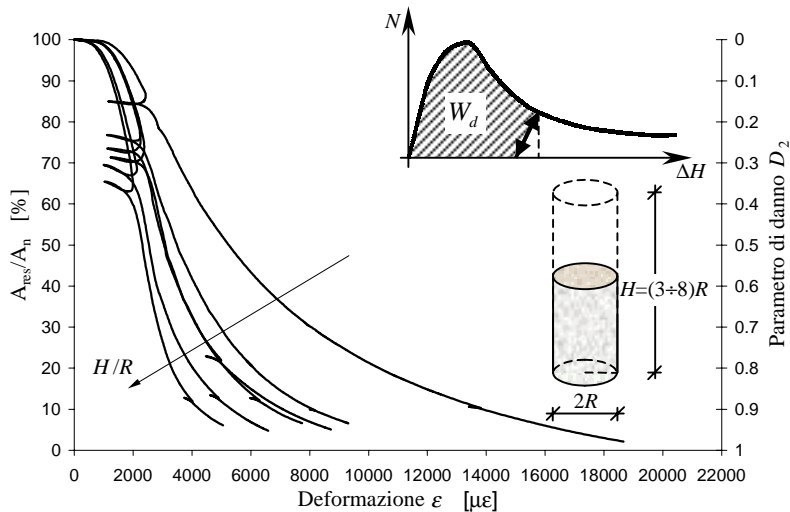


Fig. 8 Variazione dell'area resistente percentuale e del parametro di danno  $D_2$  per snellezza variabile

In accordo con l'eq. (15), l'eq. (6) è stata modificata come segue:

$$A_{res} = A_n (1 - D_{eq}), \quad (16)$$

dove  $D_{eq}$ , danno equivalente che tiene conto tanto del danno iniziale  $D_0$ , quanto del danno per caricamento monotono  $D_2$ , assume la seguente forma:

$$D_{eq} = 1 - (1 - D_0)(1 - D_2) = D_0 + D_2 - D_0D_2. \quad (17)$$

Con le posizioni in eq. (16,17) l'area nominale al netto della difettosità allo stato naturale, detta area nominale ridotta, risulta data da:

$$A'_n = A_n(1 - D_0).$$

Come si può osservare dalla fig. (8), le leggi di danno sono sensibili all'effetto dimensionale. Ovvero, al generico passo di carico, maggiore è il rapporto  $H/R$ , maggiore è il valore del parametro di danno.

### 3.3. Segno della variazione prima della tensione efficace

La legge di danno sperimentale, che, per l'eq. (6), può essere letta in fig. (9) come complemento a 1 della legge di decremento dell'area resistente percentuale, è risultata molto prossima ad assumere un massimo per  $\nu = \hat{\nu}$ . Ciò rappresenta la validazione sperimentale dell'assunzione in eq. (10) e, come già fatto osservare (§2.1.1), corrisponde ad una fase di rapida propagazione di quadri fessurativi.

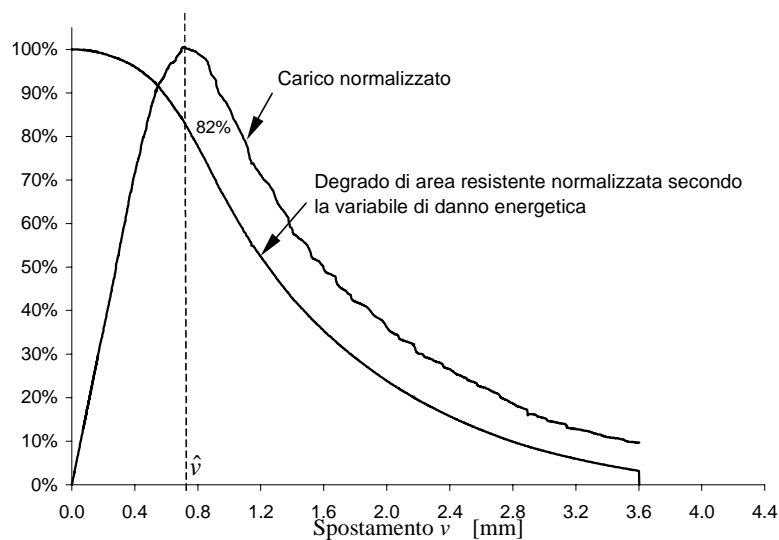


Fig. 9 Confronto tra le leggi normalizzate di carico e di decremento dell'area resistente

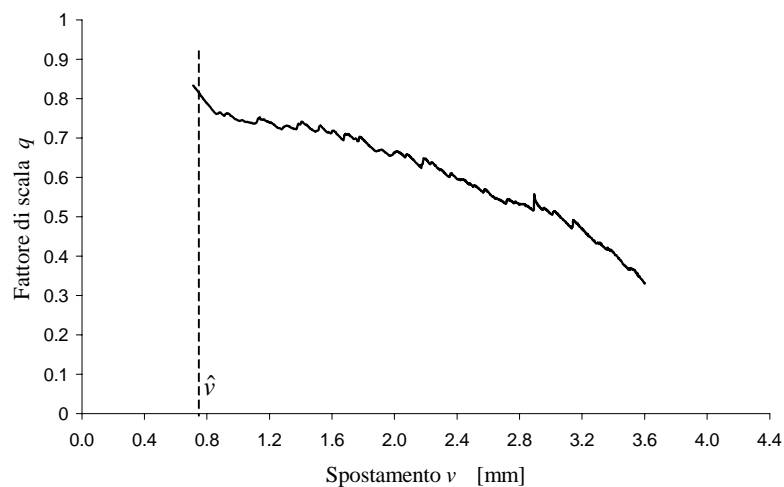


Fig. 10 Fattore di scala tra le leggi di variazione dell'area resistente percentuale e del carico normalizzato



D'altra parte, il valore assunto da  $D'$  per  $v = \hat{v}$  è sicuramente condizionato, non tanto al singolo risultato sperimentale, quanto alla formulazione assunta per la legge di danno  $D_2$  (eq. (14)). Quest'ultima, infatti, legando il danno all'energia dissipata, assume una forma che è in larga parte condizionata dall'integrale della curva  $N-v$ , a meno della legge sperimentale degli scarichi. Vale a dire, esibendo la curva  $N-v$  un massimo per  $v = \hat{v}$ , la legge di danno presenta derivata massima in prossimità di  $\hat{v}$ .

Per quanto riguarda, invece, il segno della derivata prima della tensione efficace di post-picco, la funzione  $q(v)$  (§2.1.1) per  $v > \hat{v}$  è risultata una funzione a valori positivi, monotona strettamente decrescente (fig (10)):

$$q'(v) < 0 \quad \forall v.$$

Ciò equivale ad affermare che la velocità di decremento dell'area resistente per  $v > \hat{v}$  risulta maggiore della velocità di decremento del carico. Questa circostanza, unitamente al segno negativo che lega  $q'$  a  $\sigma'_{eff}$  (eq. (13)), garantisce la positività della derivata prima della tensione efficace anche per  $v > \hat{v}$ . Concludendo, per il programma sperimentale effettuato e per la formulazione di legge di danno esplicitata in eq. (14), la derivata prima della tensione effettiva assume sempre valore finito maggiore di 0:

$$\frac{d\sigma_{eff}}{d\bar{\epsilon}} > 0 \quad \forall v.$$

### 3.4. Curva efficace

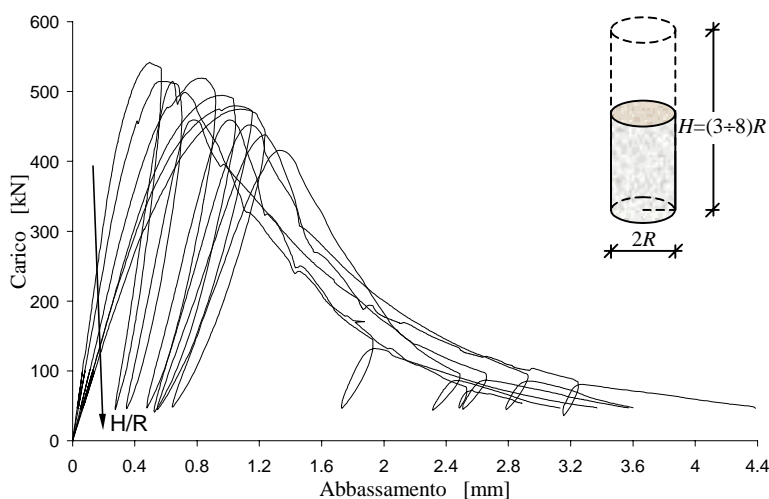


Fig. 11 Effetto dimensionale della snellezza sui diagrammi carico-spostamento

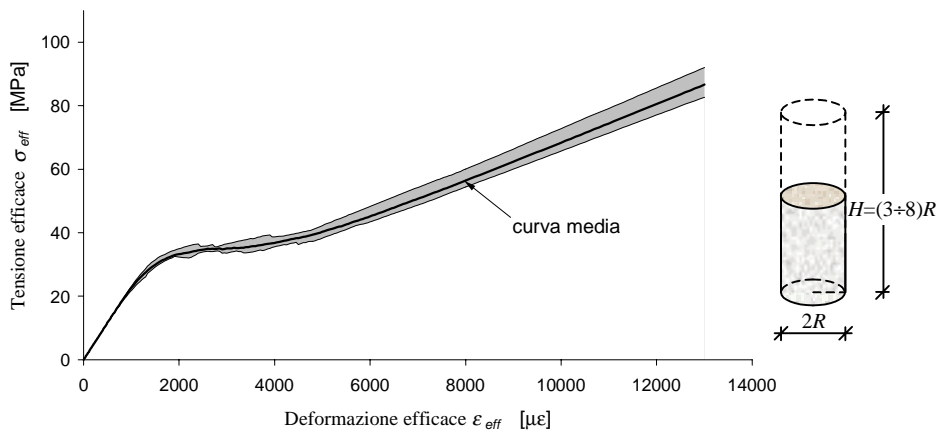


Fig. 12 Fuso di dispersione per snellezza variabile della relazione  $\sigma_{eff} / \epsilon_{eff}$  e relativa curva media

I diagrammi  $N-v$  relativi ai 6 provini a snellezza variabile del programma sperimentale [3] sono riportati in fig. (11). L'effetto dimensionale si esplicita nel piano  $N-v$ , al crescere di  $H/R$ , sia sotto forma di decremento della tangente all'origine, sia sotto forma di decremento del carico massimo.

Le relazioni  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$  ottenute per le 6 geometrie cadono tutte all'interno del fuso di dispersione indicato in fig. (12) con campeggiatura in grigio. Come già fatto osservare (§3.3), il riprodursi della situazione in fig. (10) per ognuna delle 6 geometrie ha garantito stretta positività alla derivata prima delle curve delle proprietà efficaci nel piano  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$ . Inoltre, particolarmente interessante è osservare come tutte queste curve risultino insensibili all'effetto dimensionale, viste le dimensioni estremamente ridotte del fuso di dispersione.

La forma delle curva media nel piano  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$  è rappresentativa del comportamento del materiale alla meso-scala.

## 4 CONCLUSIONI

Un solido di prova di calcestruzzo sottoposto a compressione monoassiale monotona in controllo di spostamento è caratterizzato da un diagramma carico ( $N$ )-spostamento ( $v$ ) con softening post-picco. Durante il processo di carico, il provino esibisce evidenti quadri fessurativi, la cui geometria è dipendente dall'interazione con la macchina di prova e dalla meccanica strutturale. L'obiettivo perseguito in questo lavoro è consistito nell'identificazione di proprietà meccaniche attribuibili al materiale, disgiunte dal comportamento strutturale. I risultati ottenuti sono fondati su parametri descrittivi del danno, derivati da curve sperimentali del comportamento carico-spostamento. In questo senso, la Meccanica del Danno è adeguata all'analisi del comportamento meccanico di solidi di prova destinati all'identificazione del legame costitutivo monoassiale in compressione di materiali aggregativi.

Nell'ambito del presente lavoro, per materiali con comportamento descrivibile dalla Meccanica del Danno, viene dimostrato che, in corrispondenza del punto di picco sperimentale  $\bar{\sigma}_{max} - \bar{\varepsilon}$ , la curva  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$  esibisce derivata strettamente positiva. Sulla base di questo risultato, viene proposta una procedura di identificazione, per solidi di calcestruzzo in compressione monoassiale, della legge  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$ , non solo coerente con la precedente proposizione, ma che esibisce andamento monotono strettamente crescente in tutto il dominio. Inoltre, la stessa legge può essere connotata come obiettiva, in quanto insensibile all'effetto dimensionale. Tale legame  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{eff}$  è adeguato a rappresentare il legame costitutivo alla meso-scala del materiale.

Si conclude, infine, che il risultato sperimentale  $N-v$ , con presenza di ramo softening post-picco è imputabile al comportamento strutturale del solido di prova.

## RINGRAZIAMENTI

Questo studio è stato condotto col supporto finanziario del MURST.

Si ringraziano i Proff. Erasmo Viola e Antonio Di Leo del DISTART, Scienza delle Costruzioni – Facoltà di Ingegneria di Bologna – per i consigli forniti e l'attenta revisione di questo lavoro.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] E. Ferretti e R. Carli, *Programma Sperimentale sul Comportamento in Compressione Monoassiale del Calcestruzzo; Parte II: Elaborazione dei Risultati Sperimentali*, Nota Tecnica 33, DISTART – Facoltà di Ingegneria, Bologna, 1999.
- [2] G. Rosati and M. P. Natali Sora, "Direct Tensile Tests on Concretelike Materials: Structural and Constitutive Behaviors", *Journal of Engineering Mechanics* **127**, 364–371 (2001).
- [3] E. Ferretti, *Modellazione del Comportamento del Cilindro Fasciato in Compressione*, Tesi di Dottorato, Facoltà di Ingegneria, Lecce, 2001.
- [4] Z. P. Bažant, T. B. Belytschko and T. Chang, "Continuum Theory for Strain-Softening", *Journal of Engineering Mechanics*, **110**(12), 1666–1692 (1984).
- [5] P. Daponte and R. S. Olivito, "Crack Detection Measurements in Concrete", *proceedings of the ISMM International Conference Microcomputers Applications*, 123–127, 1989.
- [6] E. Ferretti, E. Viola, A. Di Leo e G. Pascale, "Propagazione della Frattura e Comportamento Macroscopico in Compressione del Calcestruzzo", *XIV Congresso Nazionale AIMETA*, testo su CD, 1999.