

# **MODELLAZIONE DEL COMPORTAMENTO MACROSCOPICO IN COMPRESSIONE DEL CALCESTRUZZO A PARTIRE DA NUOVE ASSUNZIONI COSTITUTIVE**

Elena Ferretti<sup>1</sup> – Erasmo Viola<sup>2</sup> – Antonio Di Leo<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Dottorato di Ricerca in “Materiali Compositi per l’Ingegneria Civile” – XIII Ciclo – Dipartimento di Ingegneria dell’Innovazione – Università degli Studi di Lecce, Via per Monteroni – 73100 Lecce.*

<sup>2</sup> *DISTART – Università degli Studi di Bologna, Viale Risorgimento 2 – 40136 Bologna.*

<sup>3</sup> *DISTART – Università degli Studi di Bologna, Viale Risorgimento 2 – 40136 Bologna.*

## **SOMMARIO**

Il lavoro presenta i risultati di una simulazione numerica del comportamento macroscopico in compressione semplice di provini cilindrici in calcestruzzo. In accordo con i risultati di un precedente lavoro [1], il legame costitutivo introdotto è di tipo monotono crescente. I campi tensionale e di spostamento vengono valutati tramite formulazione discreta del problema dell’equilibrio elastico. Al verificarsi di una condizione di crisi alla Coulomb, si procede all’aggiornamento della geometria del cilindro con l’introduzione delle nuove superfici libere originate dal crack. Il risultato macroscopico in termini di carico-spostamento risente della diminuzione di rigidità dovuta alla propagazione del crack. Viene mostrato come il comportamento softening sia solo un effetto macroscopico legato alla meccanica strutturale e non corrisponda ad una proprietà costitutiva del materiale.

## **ABSTRACT**

The results of a numerical simulation of the macroscopic behavior in axial compression of concrete cylindrical specimens are presented. According with the results of a previous work [1], the introduced constitutive law is a monotonically increasing one. Stress and displacements fields were evaluated by discrete formulation of the elastic equilibrium problem. When the Coulomb cracking criterion is verified, the cylinder geometry is modified with the introduction of new free surfaces due to the crack propagation. The macroscopic result in terms of load-displacement is affected by the decreasing of rigidity due to the crack propagation. We shown that the softening behavior is a macroscopic effect bonded to the structural mechanics and that it doesn’t correspond to a material constitutive property.

## **INTRODUZIONE**

È noto [2] che una delle cause principali della non linearità della risposta strutturale sotto carico sia la formazione, prima, di un’estesa microfessurazione e, in seguito, di vere e proprie

superfici di frattura. In due lavori precedenti [1, 3], gli Autori hanno messo in relazione la formazione e propagazione del crack con il decremento della capacità portante della sezione trasversale dei provini cilindrici sottoposti a compressione semplice. Tale risultato è stato ottenuto con un metodo seminverso che, partendo dai risultati sperimentali, utilizzava variabili macroscopiche di danno cui correlare la perdita di capacità portante della sezione resistente. Proprio alla perdita di capacità portante e non ad una reale proprietà costitutiva del materiale, veniva infatti correlato l'insorgere del comportamento softening.

Le variabili di danno introdotte [1, 4] erano, in quanto macroscopiche, del tutto simili a quelle già utilizzate dalla Meccanica del Continuo Danneggiato, ma lo scopo dei lavori era superare alcune evidenti contraddizioni insite in questa stessa teoria. Infatti, i modelli presenti in letteratura [2], mirando ad una rappresentazione macroscopica di un più complesso fenomeno microscopico, trascurano il fatto che il comportamento del provino sia sempre una risposta strutturale e assumono che lo stato tenso-deformativo sulla generica sezione trasversale sia uniforme. In questo modo, i parametri di danno risultano dipendenti dalle condizioni al contorno e, quindi, perdono di generalità. L'assenza di generalità dei modelli proposti è un'incongruenza molto forte ed è inconciliabile con l'evidenza fisica che ad ogni parametro che compare in essi debba corrispondere una proprietà intrinseca del materiale.

È quindi necessario invertire l'approccio ed identificare quel particolare legame costitutivo che, tenendo conto dell'effettiva distribuzione dello sforzo sulla generica sezione trasversale e della propagazione del crack, consenta di ottenere, al variare della geometria del solido di prova e delle condizioni al contorno, risultati macroscopici (diagrammi carico-spostamento) in buon accordo con l'evidenza sperimentale. In questo modo, non solo non è necessario definire a priori un modello di danneggiamento, ma il danno sulla sezione resistente viene ottenuto a posteriori per confronto con l'ipotetica risposta strutturale in assenza di propagazione del crack.

La prima parte dell'approccio proposto, e cioè l'identificazione, a partire dai risultati sperimentali, del legame costitutivo effettivo, ovvero riferito alla sola sezione resistente, è oggetto dei due lavori citati. In accordo con le ipotesi della Meccanica del Continuo Danneggiato, il legame costitutivo identificato in questa prima fase non mostra il comportamento softening esibito, invece, dalla struttura (cilindro compresso), ma la novità consiste nel fatto che per la prima volta si è messo a punto un programma sperimentale in grado di fornire una misura diretta del danno e, quindi, del decremento di area resistente equivalente.

La seconda parte, e cioè la simulazione numerica in grado di riprodurre il comportamento macroscopico della struttura partendo da un legame costitutivo monotono e modificando la geometria del solido con l'evolvere del crack, viene invece presentata in questo lavoro.

In figg. 1 e 2 si riportano i diagrammi identificati in [1] relativamente al decremento di area resistente  $A_{res}$  in percentuale dell'area nominale  $A_n$  ed al confronto fra il legame costitutivo effettivo  $\sigma_{eff} = N/A_{res}$  ed il legame costitutivo di derivazione classica  $\sigma_m = N/A_n$ , con  $N$  carico esterno. Per quello che riguarda gli altri simboli riportati,  $D_0$  rappresenta il danno iniziale sulla generica sezione trasversale (difettosità allo stato naturale del solido all'atto della prova; per la sua valutazione si veda [1]),  $D_{eq}$  rappresenta il danno equivalente complessivamente accumulato sulla sezione resistente al generico passo di carico:

$$D_{eq} = 1 - (1 - D_0)(1 - D) = D_0 + D - D_0 D, \quad (1)$$

con  $D$  variabile di danno che tiene conto dell'evolvere della fessurazione:

$$D = \frac{E_{diss}}{E_{diss_{tot}}}, \quad (2)$$

dove  $E_{diss}$  è l'energia dissipata al generico passo di carico e  $E_{diss_{tot}}$  è l'energia dissipata totale. La variabile di danno equivalente è legata all'area resistente dall'espressione:

$$A_{res} = A_n (1 - D_{eq}). \quad (3)$$

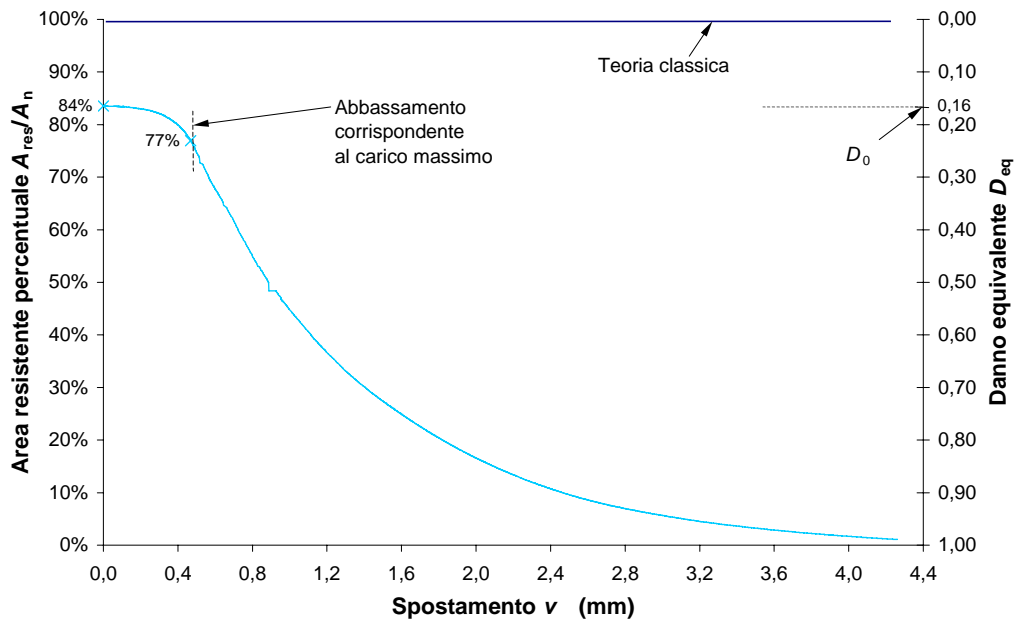


Figura 1: decremento di area resistente  $A_{res}$  in percentuale dell'area nominale  $A_n$ .

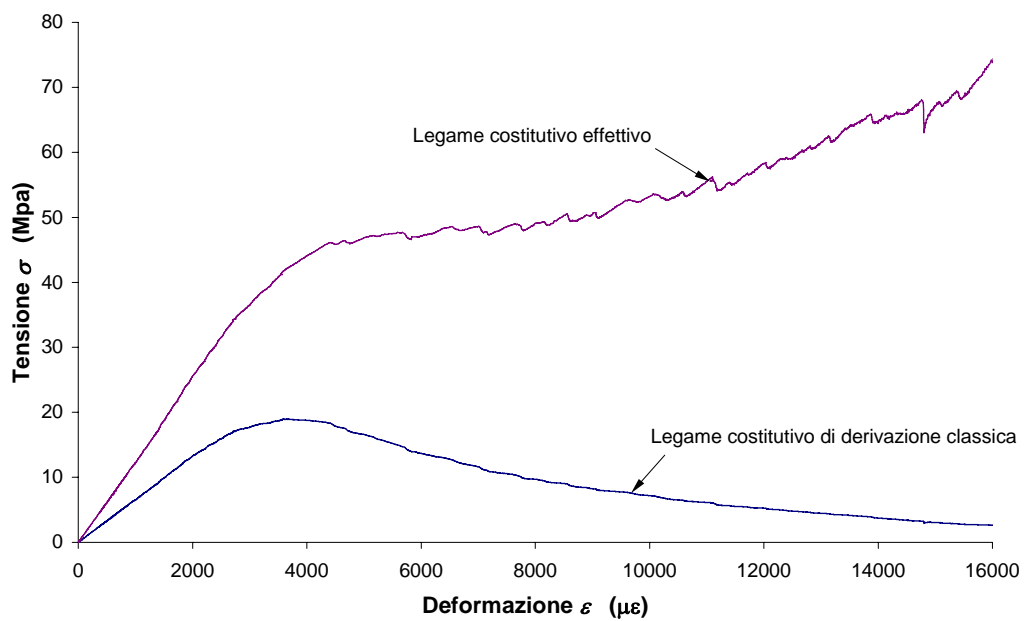


Figura 2: confronto fra il legame costitutivo effettivo  $\sigma_{eff} = N/A_{res}$  ed il legame costitutivo di derivazione classica  $\sigma_m = N/A_n$ .

## STRUTTURA DEL PROGRAMMA DI SIMULAZIONE NUMERICA

La simulazione numerica si avvale di una discretizzazione spaziale della generica sezione longitudinale del cilindro operata con un generatore bidimensionale di mesh basato sul metodo Delaunay-Voronoi. Tale metodo genera due mesh di cui la prima, quella di Delaunay, è ottenuta per suddivisione in triangoli del dominio e la seconda, quella di Voronoi, è ottenuta dai poligoni i cui vertici coincidono con i circocentri dei triangoli di Delaunay (v. fig. 3).

La riduzione al caso bidimensionale è stato reso possibile dalle evidenti condizioni di simmetria presenti nella generica sezione longitudinale del provino cilindrico. Inoltre, sempre per le condizioni di simmetria, ci si è ricondotti al caso di stato piano di deformazione.

Le equazioni risolventi sono state derivate direttamente in forma discreta utilizzando la tecnica denominata "Metodo delle Celle". Secondo questa tecnica [5], la mesh di Delaunay (detta anche complesso primale) è associata alle variabili di configurazione mentre la mesh di Voronoi (detta anche complesso duale) è associata alle variabili di sorgente (v. fig. 3).

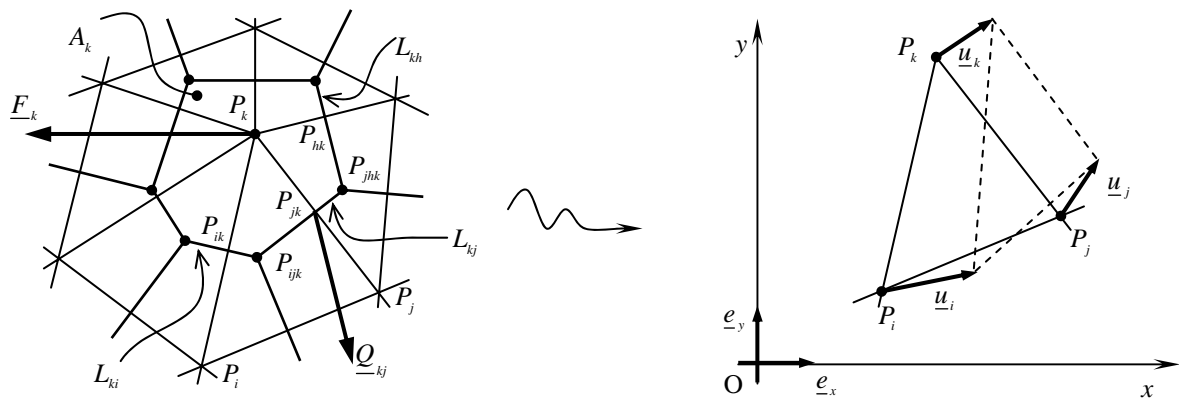


Figura 3: complesso di celle di Delaunay-Voronoi e associazione degli elementi geometrici alle variabili di sorgente e di configurazione.

In questo senso, i complessi di celle rappresentano per la formulazione discreta l'equivalente dei sistemi di coordinate per la formulazione differenziale. In particolare, la coppia di celle di Delaunay-Voronoi corrisponde ad un sistema di coordinate ortogonali.

Quindi, ai nodi  $P_i$ ,  $P_j$ ,  $P_k$  della generica cella primale  $A_{ijk}$  sono associati i vettori spostamento  $\underline{u}_i$ ,  $\underline{u}_j$ ,  $\underline{u}_k$  (v. fig. 3), mentre ai lati orientati  $P_j - P_i$ ,  $P_k - P_j$ ,  $P_i - P_k$  sono associati gli spostamenti relativi per unità di lunghezza  $\underline{\Delta}l_{ij}$ ,  $\underline{\Delta}l_{jk}$ ,  $\underline{\Delta}l_{ki}$ :

$$\begin{cases} \underline{u}_i = u_i \underline{e}_x + v_i \underline{e}_y \\ \underline{u}_j = u_j \underline{e}_x + v_j \underline{e}_y \\ \underline{u}_k = u_k \underline{e}_x + v_k \underline{e}_y \end{cases} \quad (4)$$

$$\underline{\Delta}l_{ij} = \frac{\underline{u}_j - \underline{u}_i}{l_{ij}}, \quad \underline{\Delta}l_{jk} = \frac{\underline{u}_k - \underline{u}_j}{l_{jk}}, \quad \underline{\Delta}l_{ki} = \frac{\underline{u}_i - \underline{u}_k}{l_{ki}}. \quad (5)$$

con  $l_{ij}$ ,  $l_{jk}$ ,  $l_{ki}$  lunghezza dei lati considerati. Al complesso di celle primali viene associato uno stato omogeneo di deformazione rappresentato dalla trasformazione affine individuata

dalle componenti di spostamento dei vertici delle celle stesse. La trasformazione affine può essere messa nella forma:

$$\underline{u} = \underline{H}(P - P_k) + \underline{u}_k \quad (6)$$

dove  $\underline{H}$ , gradiente degli spostamenti, è un tensore doppio in genere non simmetrico. La (6) può essere riscritta come:

$$\begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xy} \\ H_{yx} & H_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x_k & x_j - x_k \\ y_i - y_k & y_j - y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i - u_k & u_j - u_k \\ v_i - v_k & v_j - v_k \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Poiché il determinante dei coefficienti e l'area (con segno) della generica cella primale valgono, rispettivamente:

$$\Delta_{ijk} = (x_i - x_k)(y_j - y_k) - (x_j - x_k)(y_i - y_k), \quad (8)$$

$$A_{ijk} = \frac{1}{2!} \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix}, \quad (9)$$

è possibile esprimere il determinante dei coefficienti in funzione dell'area delle celle primali:

$$\Delta_{ijk} = 2A_{ijk}. \quad (10)$$

Noto  $\underline{H}$ , è immediato ricavare le componenti del tensore di deformazione infinitesimo:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{\Delta_{ijk}} \left[ -(y_j - y_i)u_k - (y_k - y_j)u_i - (y_i - y_k)u_j \right], \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{\Delta_{ijk}} \left[ (x_j - x_i)v_k + (x_k - x_j)v_i + (x_i - x_k)v_j \right], \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2\Delta_{ijk}} \left[ -(y_j - y_i)v_k + (x_j - x_i)u_k - (y_k - y_j)v_i + (x_k - x_j)u_i - (y_i - y_k)v_j + (x_i - x_k)u_j \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Come detto in precedenza, le variabili di sorgente sono associate al complesso di celle duali e, quindi, le equazioni di equilibrio vanno scritte per i lati di tali celle.

Indicato allora con  $A_k$  la cella duale di nodi  $P_{ijk}$ ,  $P_{jhk}$ , ... e di lati orientati  $L_{ik}$ ,  $L_{jk}$ ,  $L_{hk}$ , ..., con  $G_k$  il baricentro della cella  $A_k$ , con  $\underline{F}_k$  la forza di area associata alla cella duale e con  $\underline{Q}_{kj}$  la forza di linea associata al lato orientato  $L_{kj}$  (v. fig. 3), si ha:

$$\text{azione e reazione: } \underline{Q}_{kj} = -\underline{Q}_{jk} \quad (12)$$

$$\text{equilibrio alla traslazione: } \sum_j \underline{Q}_{kj} + \underline{F}_k = \underline{0} \quad (13)$$

$$\text{equilibrio alla rotazione: } \sum_j (P_{jk} - 0) \times \underline{Q}_{kj} + (G_k - 0) \times \underline{F}_k = \underline{0} \quad (14)$$

Al nodo  $P_{ijk}$  sono associate tre linee orientate  $L_{ij}$ ,  $L_{ik}$  e  $L_{ki}$ . A queste tre linee sono associati i tre sforzi  $Q_{ij}$ ,  $Q_{ik}$  e  $Q_{ki}$ . Al fascio di linee di sostegno  $P_{ijk}$  viene associato uno stato di sforzo rappresentato da un tensore doppio simmetrico  $\underline{\sigma}_{ijk}$  (tensore degli sforzi) tale che:

$$\begin{cases} \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{jk} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{ihk} \underline{R}(P_{jk} - P_{jhk}) = Q_{jk} \\ \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{ik} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{rik} \underline{R}(P_{ik} - P_{rik}) = Q_{ki} \\ \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{ij} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{isj} \underline{R}(P_{ij} - P_{isj}) = Q_{ij} \end{cases} \quad (15)$$

con  $\underline{R}$  rotazione antioraria di  $90^\circ$ :

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Per la generica cella  $A_k$  vale la seguente proprietà dello stato di sforzo (v. fig. 4):

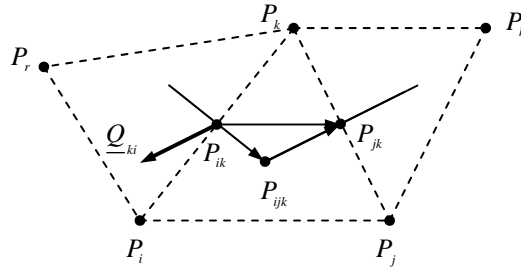


Figura 4: proprietà dello stato di sforzo.

$$\underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{jk} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{ik} - P_{ijk}) = \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{jk} - P_{ik}) = \frac{1}{2} \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_j - P_i). \quad (17)$$

Sommando sui lati della cella  $A_k$  si ottiene:

$$\sum_i \underline{Q}_{ki} = -\frac{1}{2} \sum_i \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_j - P_i) \quad (18)$$

Quindi, le equazioni di equilibrio per la generica cella  $A_k$  possono essere scritte come:

$$\frac{1}{2} \sum_i \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_j - P_i) = \underline{F}_k, \quad (19)$$

Per le celle poste sul contorno, detta  $\underline{Q}_k$  la forza di linea al contorno, l'equilibrio alla traslazione si specializza della forma:

$$\sum_j \underline{Q}_{kj} + \underline{Q}_k + \underline{F}_k = \underline{0}, \quad (20)$$

L'implementazione procede in modo analogo a quanto in genere fatto per gli elementi finiti:

– congruenza

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B} \underline{u} \quad (21)$$

dove:

$$\underline{u} = \begin{Bmatrix} u_k \\ v_k \\ u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$$\underline{B} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} y_i - y_j & 0 & y_j - y_k & 0 & y_k - y_i & 0 \\ 0 & x_j - x_i & 0 & x_k - x_j & 0 & x_i - x_k \\ x_j - x_i & y_i - y_j & x_k - x_j & y_j - y_k & x_i - x_k & y_k - y_i \end{bmatrix} \quad (23)$$

con

$$\Delta = \det \begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

– legame costitutivo (stato piano di deformazione)

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{\varepsilon} \quad (25)$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu_1^2} & \frac{\nu E}{1-\nu_1^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu_1^2} & \frac{E}{1-\nu_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (26)$$

– equilibrio

$$\underline{S} = \underline{R}(P_j - P_i) \quad \text{con } P_j - P_i = \begin{Bmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & S_y \\ 0 & S_y & S_x \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\underline{Q} = \underline{N} \underline{\sigma} = \underline{N} \underline{D} \underline{\varepsilon} = (\underline{N} \underline{D} \underline{B}) \underline{u} \quad (29)$$

Si è considerato che l'innesco del processo di fessurazione avvenga quando sulla generica giacitura risulta verificata la condizione di crisi di Coulomb per materiali coesivi:

$$\tau_c = c + \sigma \tan \varphi . \quad (30)$$

Poiché dall'esperienza sperimentale è lecito assumere che la frattura si enuclei nei punti di contatto tra la superficie ed i piatti della pressa, in corrispondenza degli spigoli della generica sezione longitudinale viene inserito un intaglio iniziale e, all'apice di tale intaglio, viene inserito un nocciolo esagonale (v. fig. 5). La dimensione del nocciolo è stata calibrata in modo che i lati non attraversati dal crack coincidano con i lati dei triangoli (in questo caso equilateri) di Delaunay. Al momento del suo inserimento, il nocciolo viene collocato in modo che uno dei suoi diametri maggiori coincida con la direzione del crack.

La simulazione numerica procede per incrementi di spostamento del piatto superiore. Per ogni valore di spostamento impresso, il nocciolo viene ruotato di  $1^\circ$  alla volta per 60 volte e, per ogni valore di rotazione del nocciolo, vengono valutate le azioni interne relative alla cella di Voronoi che contiene il tip. La direzione di propagazione viene assunta pari all'inclinazione del primo lato della cella di Voronoi su cui si raggiunge la condizione di crisi. La lunghezza di propagazione viene assunta pari al lato del nocciolo.

Ogni volta che viene raggiunta la condizione di crisi, si procede all'aggiornamento della geometria della sezione con l'introduzione del nuovo nodo di tip e lo sdoppiamento del precedente nodo di tip. Quest'ultima operazione viene effettuata per consentire di inserire un vincolo monolatero, funzione degli spostamenti relativi delle superfici originate dal crack, in grado di simulare l'effetto dell'attrito su tali superfici [6].

Il nocciolo esagonale viene poi spostato in modo da risultare centrato sul nuovo nodo di tip e, senza aggiornare il valore dello spostamento del piatto superiore, vengono ripetute le operazioni precedenti finché su tutte le facce della cella di Voronoi e per ogni angolo di rotazione del nocciolo viene rispettata la condizione di non propagazione.

Il carico esterno totale viene valutato in funzione dello spostamento impresso come somma delle azioni relative ai lati delle celle di Voronoi posti in adiacenza al piatto superiore.

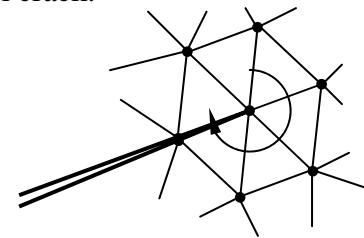


Figura 5: schema del nocciolo.

## RISULTATI DELLA SIMULAZIONE NUMERICA

La simulazione numerica ha consentito di evidenziare alcuni aspetti della propagazione della frattura nel calcestruzzo compresso che è impossibile cogliere in sede sperimentale:

- appena formata, la frattura tende ad aprirsi;
- aumentando l'estensione del crack, aumenta la cedevolezza della zona periferica del cilindro e la frattura inizia a richiudersi;
- le forze di attrito che nascono alla completa richiusura della fessura, non solo la stabilizzano ostacolandone l'ulteriore avanzamento, ma mutano la direzione di propagazione aumentandone gradualmente la pendenza;
- da un certo punto in poi del processo di fessurazione le forze di attrito non sono più in grado di consentire alla struttura di raggiungere una nuova configurazione di equilibrio.

Essendo il programma di simulazione numerica concepito in modo da simulare un processo di carico quasi-statico, il punto oltre al quale le forze di attrito non sono più in grado di



consentire alla struttura di raggiungere una nuova configurazione di equilibrio corrisponde ad un punto di crisi. In un reale processo di carico in controllo di spostamento, tale punto viene invece superato perché il tempo che intercorre tra due incrementi di spostamento è minore del tempo richiesto dalla frattura per propagarsi una volta raggiunto il punto di crisi. I valori sperimentali di carico esterno acquisiti dal punto di crisi in poi sembrano quindi essere valori fittizi e fortemente influenzati dal valore della velocità di incremento degli spostamenti.

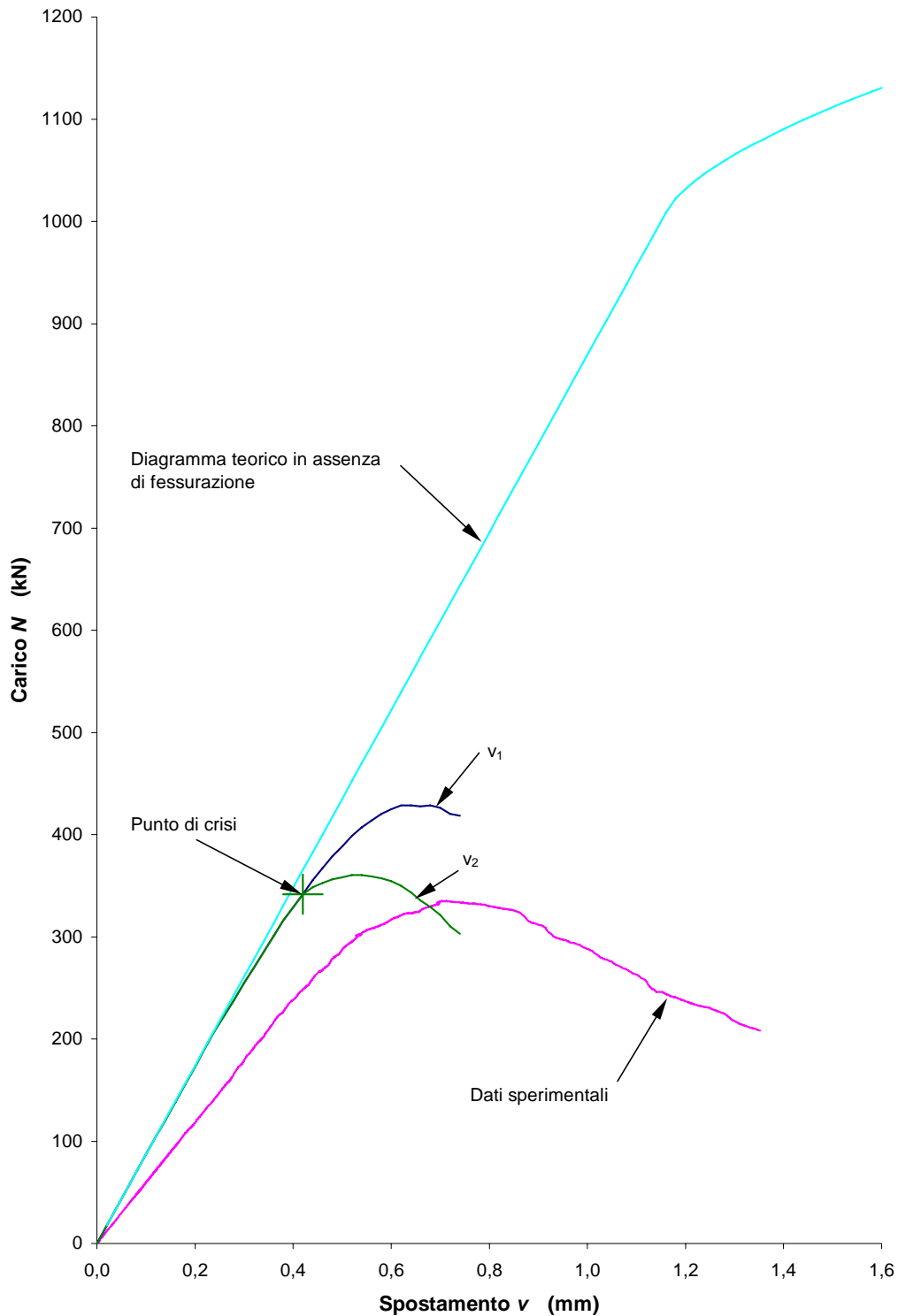


Figura 6: confronto fra i risultati della simulazione ed i dati sperimentali.

Per verificare questa ipotesi, il programma è stato modificato in modo da simulare un processo di carico non quasi-statico. I risultati ottenuti con due diverse velocità di incremento degli spostamenti ( $v_1 > v_2$ ) sono riportati in fig. 6 e confrontati con i dati sperimentali relativi alla stessa geometria. Il punto dal quale i due diagrammi si differenziano corrisponde al punto di crisi. Come ipotizzato, al crescere della velocità di incremento degli spostamenti i grafici esibiscono, oltre il punto di crisi, valori di carico esterno crescente.

Nella stessa figura è stato riportato anche il diagramma macroscopico che si otterrebbe trascurando la variazione di sezione resistente. Tutti i diagrammi sono stati corretti in accordo col valore di danno iniziale  $D_0$  valutato come in [1].

Dalla fig. 6 si può notare che il diagramma macroscopico carico-spostamento risente dell'aumento globale di cedevolezza dovuto alla propagazione del crack e denuncia una deviazione dalla linearità molto anticipata rispetto al punto di ginocchio che si avrebbe per la legge costitutiva introdotta se la sezione non si danneggiasse. Gli effetti sul comportamento macroscopico della propagazione del crack sono così sensibili da portare alla completa perdita di identificazione tra il comportamento macroscopico stesso ed il comportamento del materiale: in particolare, la struttura esibisce un comportamento softening che è in buon accordo con l'evidenza sperimentale ma che non ha alcun riscontro nella legge costitutiva identificata. Rimane quindi confermata l'ipotesi iniziale secondo la quale il comportamento softening non corrisponde ad una reale proprietà del materiale ma è solo un effetto legato alla meccanica strutturale.

La differenza fra le tangenti all'origine dei diagrammi carico-spostamento ottenuti dalla simulazione numerica e per via sperimentale è del 21% e può essere attribuita al fatto che nella simulazione numerica si è trascurato l'effetto viscosità. La variazione di pendenza del 21% è in buon accordo con la valutazione dell'effetto viscosità effettuata in [1].

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Ferretti E., Viola E., Di Leo A., "Deduzione di Nuove Leggi Costitutive per il Calcestruzzo a partire dal Comportamento Macroscopico in Compressione", *Nota Tecnica*, Università di Bologna, Facoltà di Ingegneria, D.I.S.T.A.R.T., Giugno 1999.
- [2] Goretti A., "Evoluzione dei Modelli di Comportamento del Conglomerato Teso", Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture – IV Ciclo, Università di Roma "La Sapienza" – Università dell'Aquila, Tesi di Dottorato, Roma, Febbraio 1992.
- [3] Ferretti E., Viola E., Di Leo A., "Comportamento Macroscopico in Compressione dei Calcestruzzi e Nuove Assunzioni Costitutive", *Atti delle Giornate di Studio su "La Sicurezza delle Strutture in Calcestruzzo ad Alte Prestazioni"*, Progetto Nazionale Cofinanziato dal Murst, Venezia; 11-12 Marzo 1999 (in corso di pubblicazione).
- [4] Pascale G., Ferretti E., Carli C., Bastianini F., "Rilievo con Metodi Microsismici della Formazione e della Propagazione di Superfici di Scorrimento in Cilindri di HPC Compresi", *Atti delle Giornate di Studio su "La Sicurezza delle Strutture in Calcestruzzo ad Alte Prestazioni"*, Progetto Nazionale Cofinanziato dal MURST, Venezia, 11-12 Marzo 1999 (in corso di pubblicazione).
- [5] Tonti E., "Meccanica dei Solidi Deformabili: Trattazione Discreta", dispensa didattica, Trieste, 17 Giugno 1998.
- [6] Bažant Z. P., Mazars J., "France – U. S. Workshop on Strain Localization and Size Effect due to Cracking and Damage", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 116, No. 6, June 1990, pp. 1412-1424.