

PROPAGAZIONE DELLA FRATTURA E COMPORTAMENTO MACROSCOPICO IN COMPRESSIONE DEL CALCESTRUZZO

E. FERRETTI¹, E. VIOLA², A. DI LEO², G. PASCALE²

¹ *Dottorato di Ricerca in “Materiali Compositi per l’Ingegneria Civile” – XIII Ciclo – Dipartimento di Ingegneria dell’Innovazione, Università degli Studi di Lecce, Lecce.*

² *DISTART, Università degli Studi di Bologna, Bologna.*

SOMMARIO

Questo lavoro presenta i risultati di una simulazione numerica del comportamento macroscopico, in compressione semplice, di provini cilindrici di calcestruzzo. In accordo con i risultati di lavori precedenti [1, 2, 3, 4], il legame costitutivo introdotto è di tipo monotono crescente. I campi tensionale e di spostamento vengono valutati tramite formulazione discreta del problema dell’equilibrio elastico. Al verificarsi della condizione di crisi di Mohr/Coulomb, si procede all’aggiornamento della geometria del cilindro con l’introduzione delle nuove superfici libere originate dal crack. Il risultato macroscopico, in termini di carico-spostamento, risente della diminuzione di rigidità dovuta alla propagazione del crack. Viene mostrato come il comportamento softening sia solo un effetto macroscopico legato al comportamento strutturale e non corrisponda ad una proprietà costitutiva del materiale.

ABSTRACT

The results of a numerical simulation of the macroscopic behavior in axial compression of concrete cylindrical specimens were presented. According with the results of previous works [1, 2, 3, 4], the introduced constitutive law was a monotonically increasing one. Stresses and displacements fields were evaluated by discrete formulation of the elastic equilibrium problem. When the Mohr/Coulomb cracking criterion was verified, the cylinder geometry was modified with the introduction of new free surfaces due to crack propagation. The macroscopic result in terms of load-displacement was affected by the decreasing of stiffness due to crack propagation. It was showed that the softening behavior is a macroscopic effect bonded to the structural behavior and that it doesn’t correspond to a material constitutive property.

1. INTRODUZIONE

In lavori precedenti [1, 2, 3, 4], gli Autori hanno evidenziato la necessità di modellare la prova di compressione semplice su cilindri in calcestruzzo come un problema di danneggiamento progressivo. Contrariamente a quanto fatto dalla “Meccanica del Continuo Danneggiato”, però, si è voluto interpretare l’evidenza sperimentale della formazione di

superfici di frattura troncoconiche, considerando che il danno si localizzi principalmente su tali superfici e che al di fuori di esse il materiale rimanga sostanzialmente integro.

In quest'ottica, il materiale viene considerato privo di softening (come già nelle prime formulazioni della Meccanica del Continuo Danneggiato, in cui viene addirittura considerato elasto-fragile) e il ramo discendente del diagramma carico-spostamento, in controllo di spostamento, viene attribuito ad una progressiva riduzione di area resistente A_{res} dovuta alla propagazione del crack dominante. A_{res} non è una quantità fisica direttamente misurabile e non coincide con A_{tip} , area racchiusa dalle superfici di frattura in corrispondenza del tip. Essa è solo una grandezza di comodo che viene introdotta per interpretare ciò che realmente avviene all'interno della sezione media del provino, sotto l'ipotesi più intuitiva di stato tensionale uniforme. In generale, a causa del fenomeno di ingranamento, si avrà $A_{res} > A_{tip}$.

In [1, 3] si sono presentati i risultati relativi ad una proposta di stima del decremento di area resistente al crescere del carico esterno (fig. 1) e di sfruttare questa stima per identificare il legame costitutivo effettivo del calcestruzzo ($\sigma_{eff} = N/A_{res}$, con N carico esterno) a partire dai dati sperimentali carico-spostamento. I legami costitutivi effettivi così ottenuti mostrano comportamento monotono crescente riconducibile ad una bilatera (fig. 2).

Per quello che riguarda i simboli riportati in figg. 1, 2, A_n è l'area nominale, D_0 rappresenta il danno iniziale sulla generica sezione trasversale (difettosità allo stato naturale del solido all'atto della prova, per la sua valutazione si veda [3]), D_{eq} rappresenta il danno equivalente complessivamente accumulato sulla sezione resistente al generico passo di carico:

$$D_{eq} = 1 - (1 - D_0)(1 - D) = D_0 + D - D_0D, \quad (1)$$

con D variabile di danno evolutiva definita da:

$$D = \frac{E_{dis}}{E_{dis_{tot}}}. \quad (2)$$

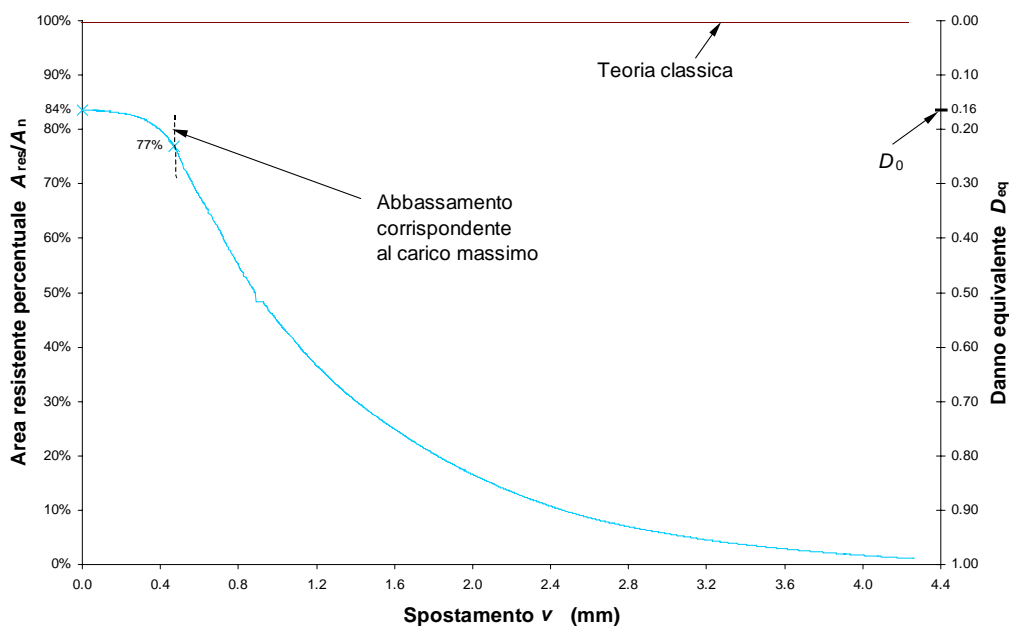


Fig. 1 - Decremento di area resistente A_{res} in percentuale dell'area nominale A_n

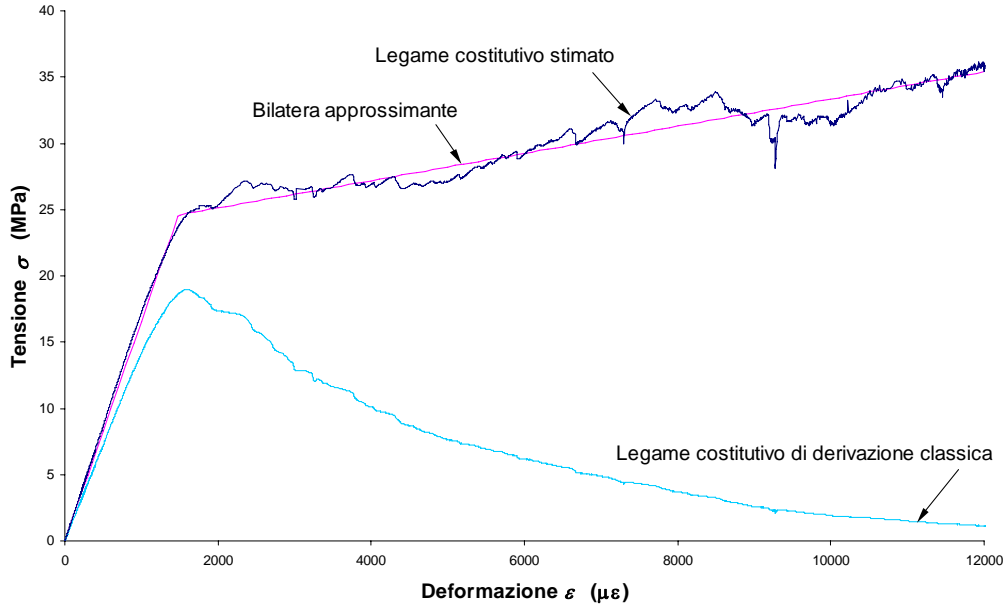


Fig. 2 - Legame costitutivo stimato $\sigma_{eff} = N/A_{res}$ e legame costitutivo di derivazione classica $\sigma_m = N/A_n$

Nella (2) E_{dis} è l'energia dissipata al generico passo e $E_{dis_{tot}}$ è l'energia dissipata totale.

La variabile di danno equivalente è legata all'area resistente dall'espressione:

$$A_{res} = A_n (1 - D_{eq}). \quad (3)$$

In [4] sono presentati i primi risultati di una simulazione numerica. Partendo dal legame costitutivo identificato in [3] e basandosi su una formulazione discreta del problema dell'equilibrio elastico, si procedeva per incrementi di spostamento. Avvalendosi del criterio di crisi di Mohr/Coulomb, si aggiornava la geometria del solido di prova in accordo con la propagazione del crack dominante. I risultati della simulazione, in termini di diagramma carico-spostamento, venivano confrontati con quelli sperimentali.

In questo, lavoro si presentano ulteriori risultati forniti dalla stessa simulazione numerica utilizzata in [4]. In particolare viene studiata la dipendenza del comportamento macroscopico dalla velocità di deformazione imposta. Inoltre, vengono ricavate a posteriori, per confronto con il risultato ideale nell'ipotesi di assenza di propagazione del crack, le leggi di decremento dell'area resistente e di evoluzione del danno equivalente.

2. PROGRAMMA DI SIMULAZIONE NUMERICA

La simulazione numerica si avvale di una discretizzazione spaziale della generica sezione longitudinale del cilindro, operata con un generatore bidimensionale di mesh basato sul metodo Delaunay-Voronoi. Tale metodo genera due mesh: la prima, quella di Delaunay, è ottenuta per suddivisione in triangoli del dominio, la seconda, quella di Voronoi, è ottenuta dai poligoni i cui vertici coincidono con i circocentri dei triangoli di Delaunay (fig. 3).

La riduzione al caso bidimensionale è stata resa possibile dalle evidenti condizioni di simmetria presenti nella generica sezione longitudinale del provino cilindrico. Inoltre, sempre per le condizioni di simmetria, ci si è ricondotti al caso di stato piano di deformazione.

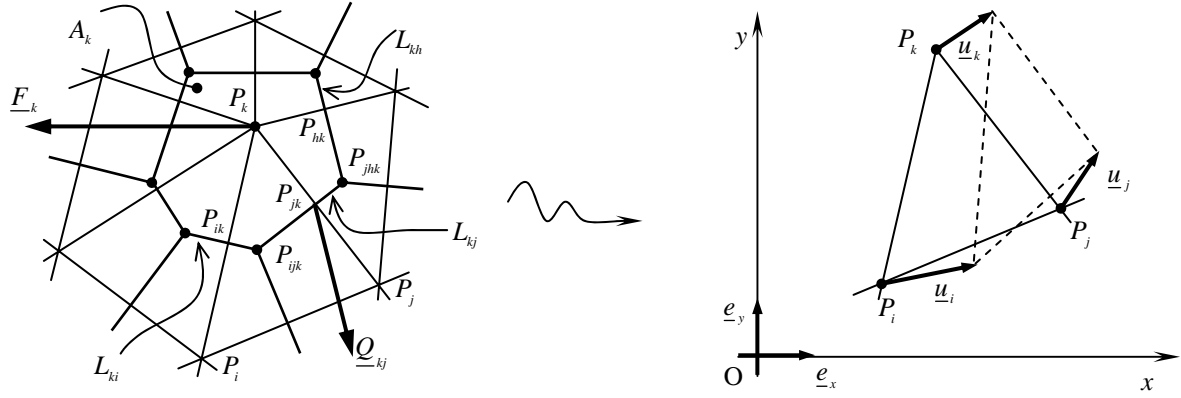


Fig. 3 - Complesso di celle di Delaunay-Voronoi e associazione degli elementi geometrici alle variabili di sorgente e di configurazione

Le equazioni risolventi sono state derivate direttamente in forma discreta utilizzando la tecnica denominata “Metodo delle Celle”. Secondo questa tecnica [5], la mesh di Delaunay (detta anche complesso primale) è associata alle variabili di configurazione, mentre la mesh di Voronoi (detta anche complesso duale) è associata alle variabili di sorgente (fig. 3).

In questo senso, i complessi di celle rappresentano per la formulazione discreta l’equivalente dei sistemi di coordinate per la formulazione differenziale. In particolare, la coppia di celle di Delaunay-Voronoi corrisponde ad un sistema di coordinate ortogonali. Quindi, ai nodi P_i, P_j, P_k della generica cella primale A_{ijk} sono associati [5, 6] i vettori spostamento $\underline{u}_i, \underline{u}_j, \underline{u}_k$ (fig. 3):

$$\underline{u}_i = u_i \underline{e}_x + v_i \underline{e}_y, \quad \underline{u}_j = u_j \underline{e}_x + v_j \underline{e}_y, \quad \underline{u}_k = u_k \underline{e}_x + v_k \underline{e}_y. \quad (4)$$

mentre ai lati orientati $P_j - P_i, P_k - P_j, P_i - P_k$ sono associati gli spostamenti relativi per unità di lunghezza $\underline{\Delta}l_{ij}, \underline{\Delta}l_{jk}, \underline{\Delta}l_{ki}$:

$$\underline{\Delta}l_{ij} = \frac{\underline{u}_j - \underline{u}_i}{l_{ij}}, \quad \underline{\Delta}l_{jk} = \frac{\underline{u}_k - \underline{u}_j}{l_{jk}}, \quad \underline{\Delta}l_{ki} = \frac{\underline{u}_i - \underline{u}_k}{l_{ki}}, \quad (5)$$

con l_{ij}, l_{jk}, l_{ki} lunghezza dei lati considerati.

Al complesso di celle primali viene associato uno stato omogeneo di deformazione, rappresentato dalla trasformazione affine individuata dalle componenti di spostamento dei vertici delle celle stesse. La trasformazione affine può essere espressa nelle due forme equivalenti:

$$\underline{u} = \underline{H}(P - P_k) + \underline{u}_k \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xy} \\ H_{yx} & H_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x_k & x_j - x_k \\ y_i - y_k & y_j - y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i - u_k & u_j - u_k \\ v_i - v_k & v_j - v_k \end{bmatrix}. \quad (7)$$

dove \underline{H} , gradiente degli spostamenti, è un tensore doppio in genere non simmetrico.

Il determinante dei coefficienti e l’area (con segno) della generica cella primale valgono, rispettivamente:

$$\Delta_{ijk} = (x_i - x_k)(y_j - y_k) - (x_j - x_k)(y_i - y_k), \quad (8)$$

$$A_{ijk} = \frac{1}{2!} \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

È quindi possibile esprimere il determinante in funzione dell'area delle celle primali:

$$\Delta_{ijk} = 2A_{ijk}. \quad (10)$$

Nota \underline{H} , è immediato ricavare le componenti del tensore di deformazione infinitesimo:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{\Delta_{ijk}} \left[-(y_j - y_i)u_k - (y_k - y_j)u_i - (y_i - y_k)u_j \right], \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{\Delta_{ijk}} \left[(x_j - x_i)v_k + (x_k - x_j)v_i + (x_i - x_k)v_j \right], \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2\Delta_{ijk}} \left[-(y_j - y_i)v_k + (x_j - x_i)u_k - (y_k - y_j)v_i + (x_k - x_j)u_i - (y_i - y_k)v_j + (x_i - x_k)u_j \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Poiché le variabili di sorgente sono associate al complesso di celle duali le equazioni di equilibrio vanno scritte per i lati di tali celle. Indicato con A_k la cella duale di nodi P_{ijk} , P_{jlk} , ... e di lati orientati L_{ik} , L_{jk} , L_{hk} , ..., con G_k il baricentro della cella A_k , con \underline{F}_k la forza di area associata alla cella duale e con \underline{Q}_{kj} la forza di linea associata al lato orientato L_{kj} , si ha:

$$\text{azione e reazione: } \underline{Q}_{kj} = -\underline{Q}_{jk} \quad (12)$$

$$\text{equilibrio alla traslazione: } \sum_j \underline{Q}_{kj} + \underline{F}_k = \underline{0} \quad (13)$$

$$\text{equilibrio alla rotazione: } \sum_j (P_{jk} - 0) \times \underline{Q}_{kj} + (G_k - 0) \times \underline{F}_k = \underline{0} \quad (14)$$

Al nodo P_{ijk} sono associate tre linee orientate L_{ij} , L_{ik} e L_{ki} . A queste tre linee sono associati i tre sforzi Q_{ij} , Q_{ik} e Q_{ki} . Al fascio di linee di sostegno P_{ijk} viene associato uno stato di sforzo rappresentato da un tensore doppio simmetrico $\underline{\sigma}_{ijk}$ (tensore degli sforzi) tale che:

$$\begin{aligned} \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{jk} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{ihk} \underline{R}(P_{jk} - P_{jlk}) &= Q_{jk} \\ \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{ik} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{rik} \underline{R}(P_{ik} - P_{rik}) &= Q_{ki} \\ \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{ij} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{isj} \underline{R}(P_{ij} - P_{isj}) &= Q_{ij} \end{aligned} \quad (15)$$

con \underline{R} rotazione antioraria di 90° :

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

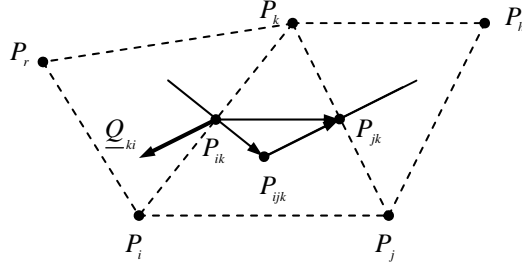


Fig. 4 - Proprietà dello stato di sforzo

Per la generica cella A_k vale la seguente proprietà dello stato di sforzo (fig. 4):

$$\underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{jk} - P_{ijk}) - \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{ik} - P_{ijk}) = \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_{jk} - P_{ik}) = \frac{1}{2} \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_j - P_i). \quad (17)$$

Sommando sui lati della cella A_k si ottiene:

$$\sum_i \underline{Q}_{ki} = -\frac{1}{2} \sum_i \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_j - P_i) \quad (18)$$

Quindi, le equazioni di equilibrio per la generica cella A_k possono essere scritte come:

$$\frac{1}{2} \sum_i \underline{\sigma}_{ijk} \underline{R}(P_j - P_i) = \underline{F}_k, \quad (19)$$

Per le celle poste sul contorno, detta \underline{Q}_k la forza di linea al contorno, l'equilibrio alla traslazione si specializza della forma:

$$\sum_j \underline{Q}_{kj} + \underline{Q}_k + \underline{F}_k = \underline{0}, \quad (20)$$

L'implementazione procede in modo analogo a quanto in genere fatto per gli elementi finiti:

– l'equazione di congruenza prende la forma:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B}\underline{u}, \quad (21)$$

dove:

$$\underline{u} = [u_k \quad v_k \quad u_i \quad v_i \quad u_j \quad v_j]^T \quad (22)$$

$$\underline{B} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} y_i - y_j & 0 & y_j - y_k & 0 & y_k - y_i & 0 \\ 0 & x_j - x_i & 0 & x_k - x_j & 0 & x_i - x_k \\ x_j - x_i & y_i - y_j & x_k - x_j & y_j - y_k & x_i - x_k & y_k - y_i \end{bmatrix} \quad (23)$$

con:

$$\Delta = \det \begin{bmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

– il legame costitutivo (stato piano di deformazione) assume l'aspetto:

$$\underline{\sigma} = \underline{D}\underline{\varepsilon} \quad (25)$$

con:

$$\underline{D} = \frac{E_1}{1-\nu_1^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_1 & 0 \\ \nu_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_1}{2} \end{bmatrix} \quad (26)$$

– l'equazione indefinita di equilibrio ammette la rappresentazione:

$$\underline{S} = \underline{R}(P_j - P_i) \quad \text{con } P_j - P_i = \begin{Bmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & S_y \\ 0 & S_y & S_x \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\underline{Q} = \underline{N}\underline{\sigma} = \underline{ND}\underline{\varepsilon} = (\underline{NDB})\underline{u} \quad (29)$$

Dette Q_n e Q_t , rispettivamente, le componenti normale e tangenziale delle azioni sui lati di Voronoi, si è imposto che l'innesco del processo di fessurazione avvenga quando, sulla generica giacitura, risulta verificata la condizione di crisi di Coulomb per materiali coesivi:

$$|Q_t| = Q_c - Q_n \tan \varphi, \quad (30)$$

dove Q_c e φ dipendono dal materiale e dalla dimensione dei lati di Voronoi. Nella (30), le azioni di compressione sono state assunte negative.

Dall'osservazione sperimentale, è manifesto che la frattura si enuclea nei punti di contatto tra la superficie laterale ed i piatti. Conseguentemente, in corrispondenza degli spigoli della generica sezione longitudinale viene inserito un intaglio iniziale e, all'apice di tale intaglio, viene collocato un nocciolo esagonale (fig. 5). La dimensione del nocciolo è stata calibrata in modo che i suoi lati coincidano con i lati dei triangoli (in questo caso equilateri) di Delaunay. Il nocciolo viene inserito in modo che uno dei suoi diametri maggiori sia disteso lungo la direzione del crack.

Si procede per incrementi di spostamento. Per ogni valore di spostamento impresso, il nocciolo viene ruotato di 1° alla volta per 60 volte. Per ogni valore di rotazione, vengono valutate le azioni interne relative alla cella di Voronoi che contiene il tip. La direzione di propagazione

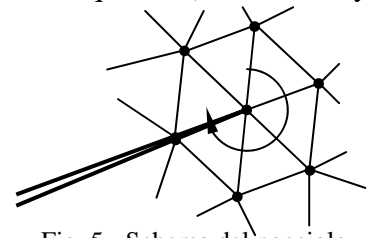


Fig. 5 - Schema del nocciolo

viene determinata dall'inclinazione del primo lato della cella di Voronoi su cui si raggiunge la condizione di crisi. La lunghezza di propagazione viene assunta pari al lato del nocciolo.

Ogni volta che si raggiunge la condizione di crisi, si aggiorna la geometria della sezione con l'introduzione del nuovo nodo di tip e lo sdoppiamento del precedente nodo di tip. Quest'ultima operazione viene effettuata per consentire di valutare l'effetto delle azioni di attrito che vengono mobilitate sulle nuove superfici libere [7].

Il nocciolo esagonale viene poi spostato in modo da risultare centrato sul nuovo nodo di tip e, senza aggiornare il valore dello spostamento impresso, vengono ripetute le operazioni precedenti finché su tutte le facce della cella di Voronoi e per ogni angolo di rotazione del nocciolo viene rispettata la condizione di non propagazione.

Il carico esterno totale viene valutato in funzione dello spostamento impresso come somma delle azioni relative ai lati delle celle di Voronoi posti in adiacenza al piatto superiore.

3. RISULTATI DELLA SIMULAZIONE NUMERICA

Ai fini della simulazione numerica, il legame costitutivo identificato in [3] è stato approssimato con una bilatera (fig. 2). La risposta macroscopica fornita dal programma di simulazione numerica, introducendo il legame costitutivo a bilatera e trascurando sia il danno iniziale, sia il processo di propagazione del crack, è in buon accordo con l'analoga curva estrapolata dai dati sperimentali (fig. 6).

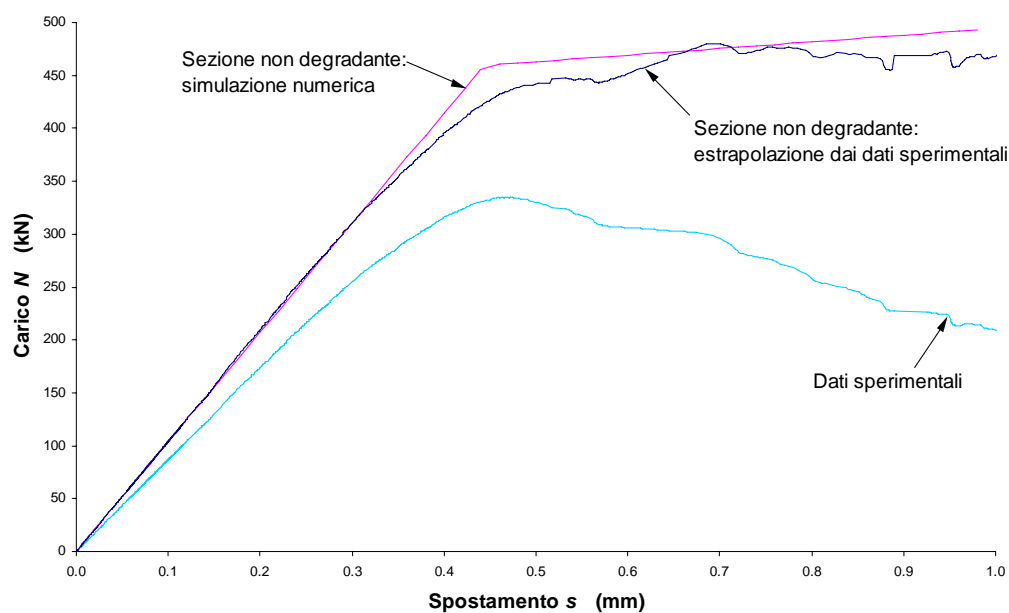


Fig. 6 – Risposta macroscopica senza danneggiamento: simulazione ed estrapolazione dai dati sperimentali

In fig. 7 vengono riportati, invece, i risultati numerici nel caso in cui si consideri il danno iniziale e si modifichi la geometria al propagarsi del crack. In accordo con i risultati di [4], si è voluto indagare l'influenza sul comportamento macroscopico della velocità di incremento degli spostamenti. Oltre alla risposta in regime statico, sono state studiate quelle relative a due diverse velocità di incremento degli spostamenti v_1 e v_2 , con $v_2 > v_1$. Nella curva relativa al processo di carico statico, la propagazione del crack si riflette in una variazione di pendenza, che, a partire dal valore di spostamento critico \bar{s} (fig. 7), diventa negativa, dei rami compresi

tra due successivi incrementi di spostamento. I successivi rami a pendenza positiva sono dovuti al raggiungimento di una nuova condizione di equilibrio, con stabilizzazione del crack e possibilità per la struttura di sopportare ulteriori incrementi di carico.

Dalla figura si nota anche che il diagramma macroscopico carico-spostamento risente dell'aumento globale di cedevolezza per effetto della propagazione del crack. In particolare, denuncia una deviazione dalla linearità molto anticipata rispetto al punto di ginocchio che si avrebbe con la legge costitutiva introdotta se la sezione non si danneggiasse (fig. 6). Gli effetti sul comportamento macroscopico della propagazione del crack portano alla completa perdita di identificazione tra il comportamento macroscopico stesso ed il comportamento del materiale. La struttura esibisce, infatti, un comportamento softening che, per $v = v_2$, è in buon accordo con il dato sperimentale, ma che non ha alcun riscontro nella legge costitutiva introdotta. Rimane quindi confermata l'ipotesi iniziale secondo la quale la fase di softening nei diagrammi carico-spostamento non corrisponde ad una reale proprietà del materiale ma ad un effetto legato al comportamento strutturale.

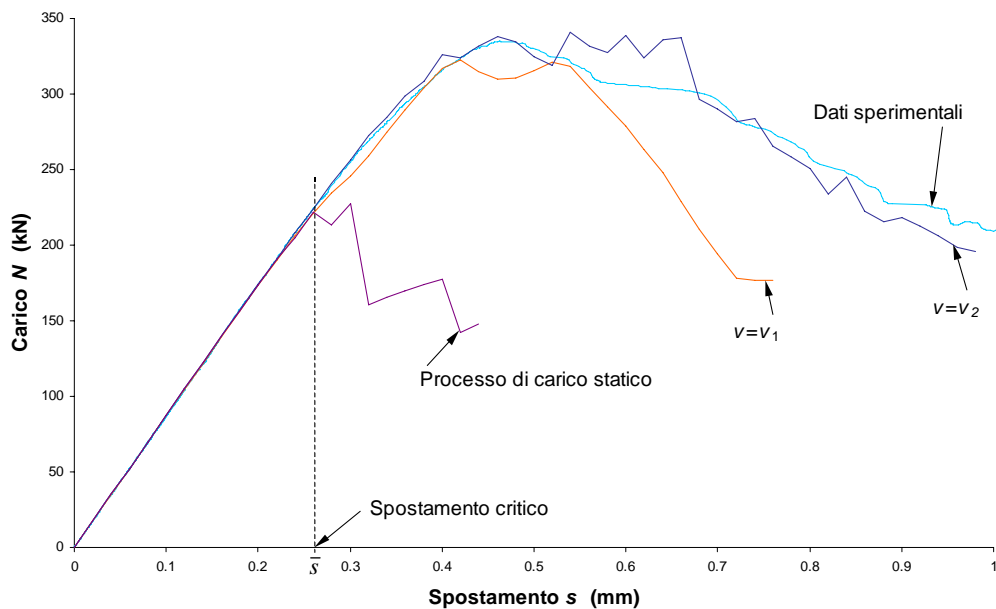


Fig. 7 - Risposta macroscopica con danneggiamento: simulazione e dati sperimentali

Viene confermata anche l'osservazione, anticipata in [4], secondo la quale esiste un valore critico di spostamento, \bar{s} , tale che, per spostamenti $s < \bar{s}$, il comportamento macroscopico è determinato principalmente dalla geometria mentre, per spostamenti $s > \bar{s}$, il comportamento macroscopico è determinato principalmente dal rapporto fra la velocità imposta di incremento degli spostamenti e la velocità di propagazione del crack. \bar{s} corrisponde al valore di spostamento oltre al quale le tre curve si differenziano in modo significativo (fig. 7).

Dal confronto, a parità di spostamento impresso, fra il valore di carico esterno ottenuto con sezione non degradante e lo stesso valore ottenuto con propagazione del crack dominante, è possibile ottenere, a posteriori, la legge di decremento dell'area resistente, ovvero, la legge di evoluzione del danno equivalente (fig. 8). I risultati della simulazione numerica per $v = v_2$ forniscono valori in buon accordo con quelli di derivazione sperimentale presentati in [3].

In fig. 8 è stata riportata anche la variazione dell'area compresa fra le superfici di frattura per evidenziare il fatto che, come precisato, non c'è identificazione tra quest'ultima e la legge di decremento dell'area resistente. In effetti, le due curve non solo assumono valori diversi,

ma non coincidono nemmeno per un fattore moltiplicativo. Rimane quindi confermato il carattere puramente convenzionale dell'area resistente, nonché del danno equivalente.

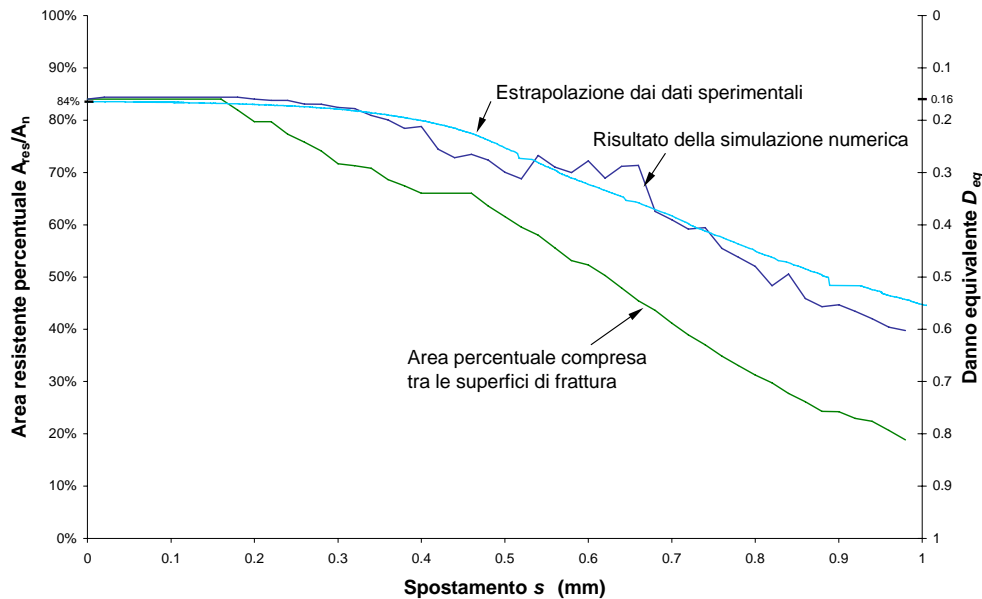


Fig. 8 – Decremento percentuale di area resistente: valutazione a posteriori e estrapolazione dai dati sperimentali

RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro è stato svolto con il contributo finanziario del MURST 40%.

Gli Autori desiderano ringraziare i tecnici del Laboratorio di Resistenza dei Materiali della Facoltà di Ingegneria di Bologna (La.R.M.), in particolare il sig. Roberto Carli, per la fattiva collaborazione al programma sperimentale e all'elaborazione dei risultati.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Ferretti, E., Viola, E., Di Leo, A., «Comportamento Macroscopico in Compressione dei Calcestruzzi e Nuove Assunzioni Costitutive», *Atti delle Giornate di Studio su "La Sicurezza delle Strutture in Calcestruzzo ad Alte Prestazioni"*, Progetto Nazionale Cofinanziato dal Murst, Venezia, 11-12 Marzo 1999 (in corso di pubblicazione).
- [2] Pascale, G., Ferretti, E., Carli, C., Bastianini, F., «Rilievo con Metodi Microsismici della Formazione e della Propagazione di Superfici di Scorrimento in Cilindri di HPC Compressi», *Atti delle Giornate di Studio su "La Sicurezza delle Strutture in Calcestruzzo ad Alte Prestazioni"*, Progetto Nazionale Cofinanziato dal MURST, Venezia, 11-12 Marzo 1999 (in corso di pubblicazione).
- [3] Ferretti, E., Viola, E., Di Leo, A., *Deduzione di Nuove Leggi Costitutive per il Calcestruzzo a partire dal Comportamento Macroscopico in Compressione*, Nota Tecnica, Università di Bologna, Facoltà di Ingegneria, D.I.S.T.A.R.T., 1999.
- [4] Ferretti, E., Viola, E., Di Leo, A., «Modellazione del Comportamento Macroscopico in Compressione del Calcestruzzo a Partire da Nuove Assunzioni Costitutive», *Atti del Convegno AIAS '99*, Vicenza, 8-11 Settembre 1999 (in corso di pubblicazione).
- [5] Tonti, E., *Meccanica dei Solidi Deformabili: Trattazione Discreta*, dispensa didattica, Trieste, 1998.
- [6] Nappi, A., Rajgelj, S., Zaccaria, D., «Application of the Cell Method to the Elastic-Plastic Analysis», *Proc. Plasticity '97*, Juneau, USA, July 14-18, (1997).
- [7] Bazant, Z.P., Mazars, J., «France – U. S. Workshop on Strain Localization and Size Effect due to Cracking and Damage», *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116, No. 6, 1412-1424, (1990).