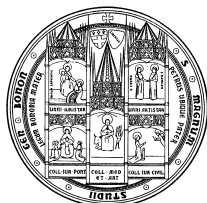


**DEDUZIONE DI NUOVE LEGGI COSTITUTIVE PER IL CALCESTRUZZO
A PARTIRE DAL COMPORTAMENTO MACROSCOPICO IN COMPRESSIONE**

Elena Ferretti – Erasmo Viola – Antonio Di Leo

Nota Tecnica N° 24
Bologna – 1999



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BOLOGNA – FACOLTÀ DI INGEGNERIA
D.I.S.T.A.R.T. – DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELLE STRUTTURE,
DEI TRASPORTI, DELLE ACQUE, DEL RILEVAMENTO E DEL TERRITORIO

V.^{le} Risorgimento, 2 – 40136 Bologna

DEDUZIONE DI NUOVE LEGGI COSTITUTIVE PER IL CALCESTRUZZO A PARTIRE DAL COMPORTAMENTO MACROSCOPICO IN COMPRESSIONE

Elena Ferretti¹ – Erasmo Viola² – Antonio Di Leo³

Nota Tecnica N° 24
Anno Accademico 1998-1999

Introduzione

L'evoluzione dei fenomeni meccanici responsabili del comportamento non lineare del calcestruzzo compresso è molto complessa. Le possibilità di modellazione di tali fenomeni sono pertanto limitate e si rende necessario prenderne in considerazione solo gli aspetti macroscopici. Ai fini delle applicazioni ingegneristiche, tuttavia, ciò consente comunque di interpretare con sufficiente approssimazione il comportamento reale delle strutture.

È noto che una delle cause principali della non linearità della risposta strutturale sia la formazione, prima, di un'estesa microfessurazione e, in seguito, di vere e proprie superfici di frattura. Tale fenomeno è ben descritto in letteratura [1, 2, 3] ma non ne sono mai state investigate le conseguenze sulla derivazione dai dati sperimentali del legame costitutivo del calcestruzzo.

Infatti, l'osservazione sperimentale in regime monoassiale di una superficie di crisi interessante la sezione corrente del provino suggerisce che l'area resistente subisca un decremento al crescere del carico esterno. Ciò porta ad una differenziazione concettuale tra tensione media sull'area nominale (A_n) e tensione effettiva sull'area resistente (A_{res}) e tra andamento dei diagrammi carico (N)/spostamento relativo (v) delle sezioni caricate (risposta macroscopica riferita alla struttura) e andamento dei diagrammi tensione effettiva ($\sigma_{eff} = N/A_{res}$)/deformazione (ε) (legge costitutiva riferita al materiale). Lo stesso effetto dimensionale riferito alla tensione media ($\sigma_m = N/A_n$) può essere imputato al fatto di trascurare il decremento di area resistente.

Il concetto di decremento di area resistente e di differenza tra legge costitutiva σ_{eff}/ε e comportamento macroscopico σ_m/ε sono già presenti negli enunciati della “Meccanica del Continuo Danneggiato” [9]. Tuttavia, poiché il decremento percentuale dell'area resistente dipende dalle condizioni al contorno (forma e dimensioni, storia di carico, vincolamento delle superfici caricate ...), è impossibile definire una volta per tutte, come cerca di fare la “Meccanica del Continuo Danneggiato”, una funzione macroscopica che colga tale decremento (l'ipotesi di omogeneità dello stato tenso-deformativo all'interno del provino è infatti una pura astrazione).

In vista di una modellazione in grado di stabilire a posteriori l'effetto della geometria, si fornisce, nel seguito, una stima di derivazione sperimentale dell'evoluzione macroscopica del decremento di area resistente.

¹ Ingegnere Edile – Dottorato di Ricerca in “Materiali Compositi per l'Ingegneria Civile” – Sede amministrativa: Università degli Studi di Lecce; Sedi consorziate: Università degli Studi di Bologna, Istituto Universitario di Architettura di Venezia – XIII Ciclo.

² Professore Ordinario – DISTART (Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del Rilevamento e del Territorio) – Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna.

³ Professore Associato – DISTART (Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del Rilevamento e del Territorio) – Facoltà di Ingegneria – Università degli Studi di Bologna.

Impostazione, obiettivi del lavoro e metodologie adottate

Nell'interpretare i dati delle prove di compressione sul calcestruzzo, viene operata una distinzione tra legge costitutiva, da intendersi come proprietà invariante del materiale, e comportamento macroscopico del solido di prova, da intendersi come risposta strutturale e, quindi, dipendente, anche fortemente, dalle condizioni al contorno.

L'obiettivo è quello di reinterpretare i diagrammi sperimentali carico/spostamento in funzione dell'evoluzione del processo fessurativo, in modo da formulare una legge costitutiva del calcestruzzo che, in accordo con la sua stessa definizione, sia effettivamente indipendente dalle condizioni al contorno.

Nel passaggio dal dato sperimentale N/v , che rappresenta il comportamento macroscopico della struttura, al legame costitutivo σ_{eff}/ε , che descrive, invece, la reologia del materiale, ci si rifà alla "Meccanica del Continuo Danneggiato". In particolare, ci si rifà al fatto che, secondo la "Meccanica del Continuo Danneggiato", nel calcestruzzo (assimilato ad un materiale monofase), al crescere dei carichi esterni, le microfessure già presenti nel provino allo stato naturale si estendono fino a comportare un ramo a pendenza negativa nel diagramma carico/spostamento. Infatti, ipotesi fondamentale della "Meccanica del Continuo Danneggiato" è che la non linearità macroscopica nel diagramma carico/spostamento, compreso il ramo decrescente, non sia da considerarsi una effettiva proprietà costitutiva del materiale, ma una conseguenza dell'estesa microfessurazione che riduce progressivamente l'area utile a trasmettere le tensioni.

"La Meccanica del Continuo Danneggiato" contrappone poi al concetto di tensione media, σ_m , intesa come rapporto tra carico esterno N e area nominale A_n , quello di tensione effettiva σ_{eff} , intesa come rapporto tra carico esterno N e area resistente A_{res} .

In sede di deduzione del legame costitutivo del calcestruzzo dai risultati sperimentali delle prove di compressione semplice, ne segue che, mentre il diagramma tensione media/deformazione media (σ_m/ε , con ε dato dal rapporto tra lo spostamento relativo delle sezioni terminali e l'altezza del provino) conserva la stessa derivata, a meno, ovviamente, di un fattore di scala, del diagramma carico/spostamento (N/v) e, quindi, sovrapponendo i semispazi σ/ε e N/v (v. fig. 1), coincide con esso (curva (a) in fig. 1), il legame costitutivo effettivo, esibendo valori di tensione effettiva σ_{eff} comunque maggiori della corrispondente tensione media σ_m , in seguito alla sovrapposizione dei due semispazi non coincide con il diagramma carico/spostamento.

Quindi, al variare della legge di decremento assunta per l'area resistente, il legame costitutivo sarà rappresentato da una delle curve della famiglia (b) in figura 1, mentre la curva (a) resterà rappresentativa solo del comportamento strutturale (N/v).

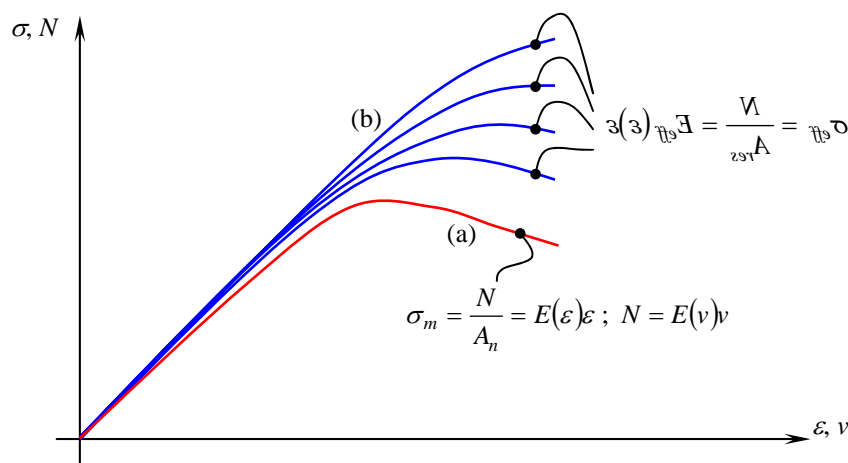


Fig. 1. Leggi costitutive ipotetiche (σ_{eff}/ε) al variare della legge di decremento dell'area resistente (A_{res}) e loro confronto con la curva della tensione media (σ_m/ε) e con il diagramma carico/spostamento (N/v).

Ne deriva che il legame costitutivo del calcestruzzo può non esibire il comportamento softening tipico, invece, del diagramma carico/spostamento. Anzi, dal momento che una pendenza negativa nel diagramma carico/spostamento può essere interpretata come il sopraggiungere di uno stato di instabilità strutturale mentre ad una pendenza negativa nel legame costitutivo non è associabile un analogo significato fisico per il materiale, è logico attendersi che il legame costitutivo debba essere una funzione monotona crescente.

A questo punto, la “Meccanica del Continuo Danneggiato” affronta il problema da un punto di vista macroscopico e, cioè:

- a) ipotizza che il legame costitutivo del calcestruzzo sia elastico lineare fino al carico ultimo (anche nelle formulazioni non lineari il legame costitutivo è comunque fissato a priori);
- b) individua, a priori, una variabile macroscopica di danno D alla quale associa la perdita di capacità portante, l'aumento di deformabilità e tutte le trasformazioni irreversibili del materiale;
- c) relaziona la variabile di danno D alle grandezze macroscopiche tramite due funzioni: una legge di evoluzione della misura equivalente del danno, ed una funzione di accumulazione del danno.

I modelli presenti in letteratura [9] differiscono tra loro per la scelta di queste due funzioni ma nessuno di essi ha validità generale perché, mirando ad una rappresentazione macroscopica di un più complesso fenomeno microscopico, assumono che lo stato tenso-deformativo all'interno del provino sia omogeneo trascurando il fatto che il comportamento del provino sia sempre una risposta strutturale. Per questo motivo, i parametri che compaiono nei singoli modelli vanno calibrati di volta in volta sulle particolari condizioni al contorno e, quindi, perdono di generalità.

L'assenza di generalità dei modelli proposti è un'incongruenza molto forte ed è inconciliabile con l'evidenza fisica che ad ogni parametro che compare in essi debba corrispondere una proprietà intrinseca del materiale.

È opinione degli Autori che, per superare questa incongruenza, sia necessario risolvere il problema da un punto di vista microscopico (operando, comunque, con un materiale omogeneo) e cioè, prima identificando il legame costitutivo effettivo del materiale e, poi, calibrando i parametri di crisi e le azioni di interfaccia agenti sulle superfici di crisi in modo da ottenere una risposta macroscopica (diagramma N/v) in buon accordo con i dati sperimentali. In questo modo, a differenza di quanto accade nella “Meccanica del Continuo Danneggiato”, la variabile di danno D sarebbe un'incognita del singolo problema e verrebbe ottenuto a posteriori in funzione della geometria del solido di prova e del tipo di vincolo esterno.

Procedendo in quest'ottica, nel presente lavoro si utilizza un metodo seminverso per risolvere la prima parte del problema di identificazione e, cioè, per fornire una valutazione di primo tentativo del legame costitutivo effettivo del calcestruzzo. Il metodo consiste nell'assumere come dato di partenza il risultato sperimentale per poi risalire al legame costitutivo effettivo di primo tentativo tramite variabili di danno D analoghe a quelle proposte dalla “Meccanica del Continuo Danneggiato” (l'analogia risiede nel fatto che tali variabili sono riferite a quantità macroscopiche).

Programma sperimentale

Si sono eseguite due prove di compressione su provini cilindrici di diametro $\phi = 150$ mm e altezza h , rispettivamente, di 300 mm e di 200 mm (v. fig. 2).

Le prove di compressione sono state effettuate in controllo di spostamento relativo dei piatti della pressa (v) con velocità costante ($\dot{v} = 2 \mu\text{m}/\text{sec}$). Lo spostamento relativo dei piatti della pressa (v) è stato ottenuto come media dei valori rilevati da una coppia di trasduttori induttivi (LVDT) collocati in posizione diametralmente opposta rispetto alle colonne della pressa.

Contemporaneamente al processo di carico, è stato effettuato un rilievo di tipo microsismico [4, 5, 6, 7, 10] sul percorso diametrale a metà altezza dei provini (v. fig. 2), operando con un'apparecchiatura con amplificazione manuale del segnale. Le variazioni di tempo di attraversamento T e di attenuazione G delle onde elastiche di vibrazione in ricezione sono state rilevate in continuo al variare del carico esterno.

I dati strumentali relativi alle grandezze misurate sono stati campionati alla velocità di un'acquisizione al secondo.

I grafici sperimentali relativi alle due geometrie considerate sono riportati nelle figure 3, 4 e 5.

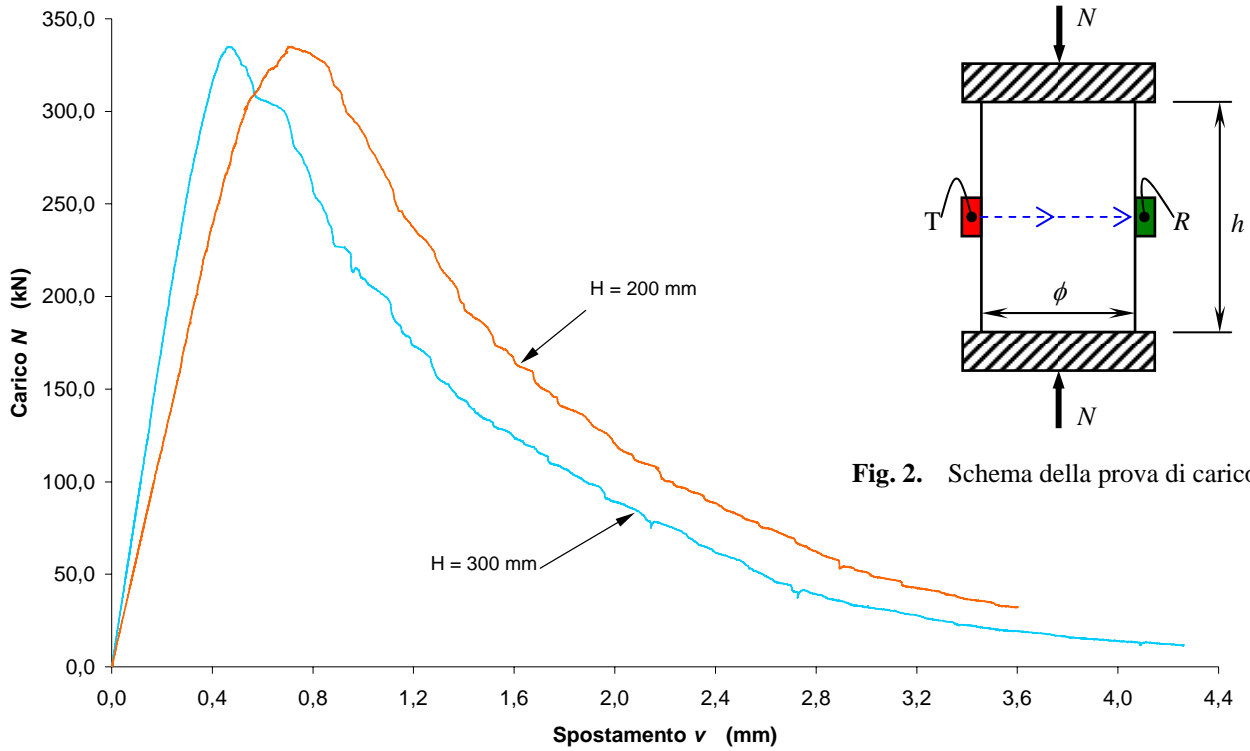


Fig. 3. Diagrammi sperimentali carico/spostamento per i due provini cilindrici alti 300 mm e 200 mm ($\phi=150$ mm).

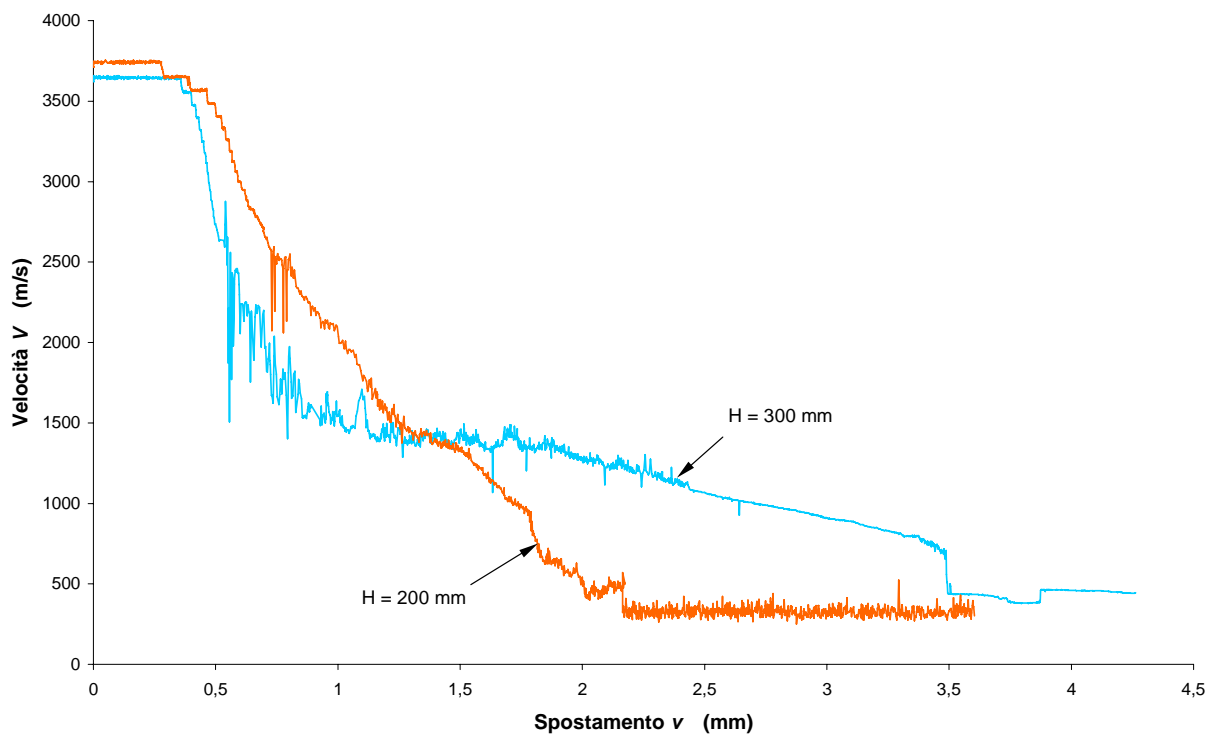


Fig. 4. Diagrammi sperimentali velocità/spostamento per i due provini cilindrici alti 300 mm e 200 mm ($\phi=150$ mm).

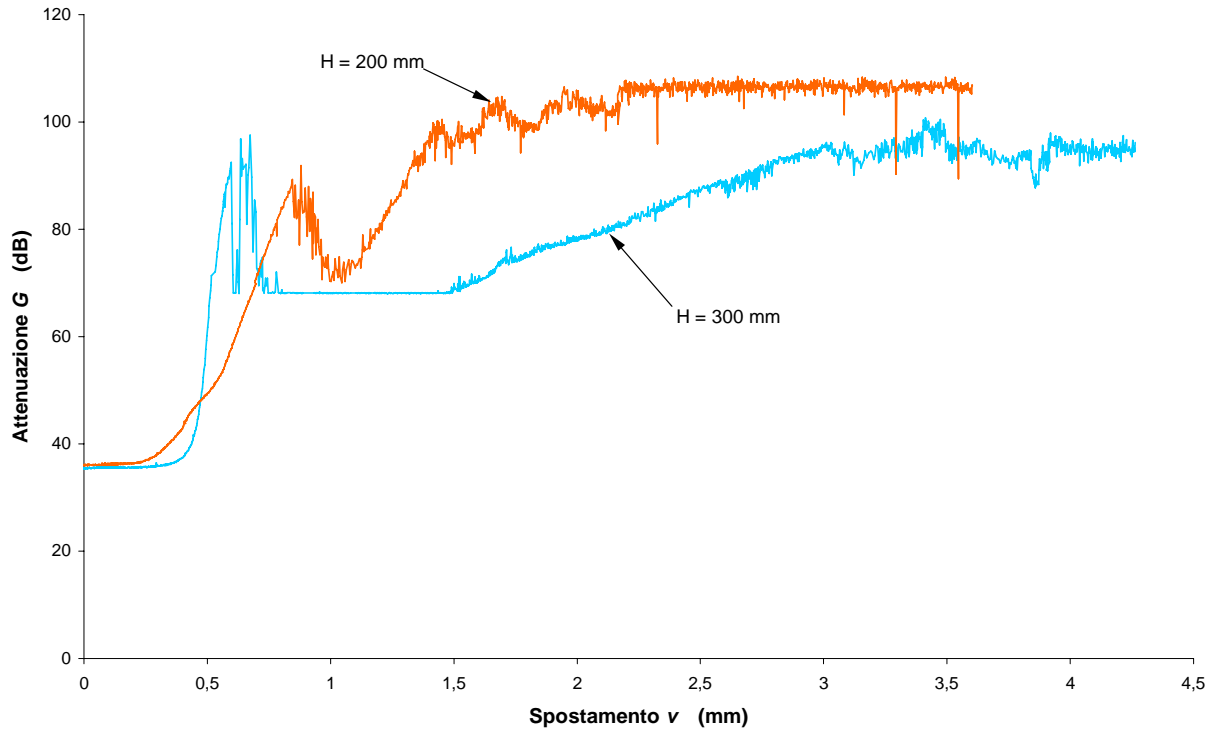


Fig. 5. Diagrammi sperimentali attenuazione/spostamento per i due provini cilindrici alti 300 mm e 200 mm ($\phi=150$ mm).

Stima dei parametri di danno

La “Meccanica del Continuo Danneggiato” si inquadra, da un punto di vista teorico, nella Termodinamica con variabili interne [9], estensione ai processi irreversibili della Termodinamica classica. Le variabili interne sono variabili di danno e vengono indicate con il simbolo D . Nel caso più semplice D è uno scalare e definisce, conseguentemente, uno stato di danno isotropo.

Per rappresentare il livello di danno raggiunto nel materiale, si confronta la configurazione attuale del corpo con una ideale configurazione nella quale il materiale non presenta difetti interni. La matrice secante del materiale danneggiato H viene definita come:

$$H = (1 - D) H_0;$$

con H_0 matrice di rigidezza del materiale integro ipotizzato a comportamento elastico lineare.

Si definisce poi tensione effettiva σ_{eff} la quantità:

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma_m}{1 - D};$$

dove:

$$\sigma_m = \frac{N}{A_n}$$

è la tensione media, avendo indicato con A_n la sezione trasversale del provino integro.

Si definisce, inoltre, area netta disponibile per trasmettere tensioni A_{res} la quantità:

$$A_{res} = A_n(1 - D).$$

A seconda dei modelli proposti, le variabili di danno D della “Meccanica del Continuo Danneggiato” sono variamente relazionate alle grandezze macroscopiche (in genere, allo spostamento relativo). Per questo motivo, le variabili di danno D non corrispondono ad una quantità fisica ma, a parità di condizioni al contorno, forniscono solo una misura equivalente dello stato di danno interno del provino. In questo senso tali variabili verranno nel seguito indicate con il termine “variabili macroscopiche di danno”.

Come annunciato in precedenza, nel presente lavoro, invece di ipotizzare a priori un legame costitutivo elastico lineare e calibrare le variabili macroscopiche di danno in modo da interpretare i dati sperimentali (come fa la “Meccanica del Continuo Danneggiato”), si assume come dato di partenza proprio il risultato sperimentale e, tramite variabili macroscopiche di danno analoghe a quelle della “Meccanica del Continuo Danneggiato”, si stima il legame costitutivo effettivo del calcestruzzo. Le variabili macroscopiche di danno D che si considerano sono anch’esse di derivazione sperimentale [8]:

$$D_1 = \frac{E_{diss}}{E_{diss_{tot}}}, \quad D_2 = 1 - \frac{V}{V_0}, \quad D_3 = 1 - \frac{G_0}{G}.$$

dove: E_{diss} è l’energia dissipata, $E_{diss_{tot}}$ è l’energia dissipata totale, V è la velocità di propagazione delle onde elastiche di vibrazione, G è l’attenuazione, V_0 e G_0 sono, rispettivamente, la velocità e l’attenuazione nel provino allo stato naturale. L’energia dissipata E_{diss} corrispondente al generico spostamento relativo dei piatti della pressa \bar{v} è stata ottenuta come differenza tra l’area sottesa al diagramma carico/spostamento per $v = \bar{v}$ e l’area sottesa ad un ipotetico ciclo di scarico effettuato in corrispondenza di $v = \bar{v}$ (v. fig. 6).

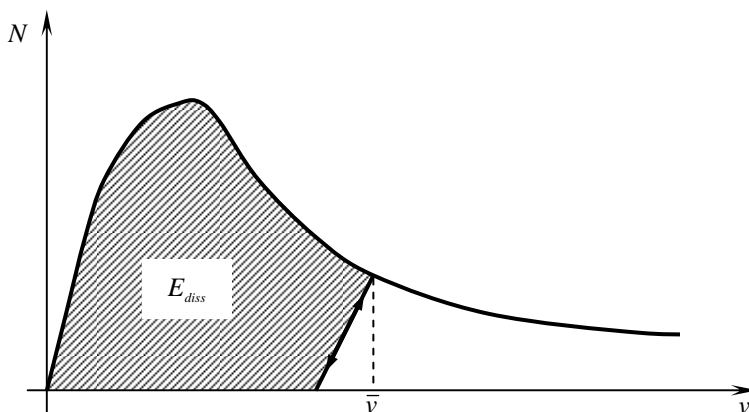


Fig. 6. Valutazione dell’energia dissipata E_{diss} .

Come appare evidente dalla fig. 6, ai fini del presente lavoro si è trascurato l’effetto isteresi; si è inoltre considerata costante la pendenza del ramo di scarico. In sede sperimentale si è quindi ritenuto sufficiente valutare tale pendenza dalla pendenza dell’unico ciclo di scarico effettuato in corrispondenza del valore di carico pari a 100 kN.

Tutte le variabili macroscopiche di danno considerate assumono valore nullo per carico esterno nullo e crescono, in funzione dello spostamento relativo dei piatti della pressa, tendendo asintoticamente al valore unitario.

Il legame costitutivo effettivo relativo ai due diagrammi di figura 3, auspicabilmente indipendente dalla geometria, è definito dalla:

$$\sigma_{eff_i} = E_{eff_i}(\varepsilon)\varepsilon;$$

dove:

$$\sigma_{eff_i} = \frac{N}{A_{res_i}};$$

con:

$$A_{res_i} = A_n(1 - D_i) \quad i = 1, 2, 3;$$

e $E_{eff_i}(\varepsilon)$ modulo elastico secante effettivo. Dalle precedenti formule, è possibile esprimere il modulo elastico secante effettivo $E_{eff_i}(\varepsilon)$ come:

$$E_{eff_i}(\varepsilon) = \frac{\sigma_{eff_i}}{\varepsilon} = \frac{N}{A_{res_i}\varepsilon} = \frac{N}{A_n(1 - D_i)\varepsilon} = \frac{\sigma_m}{(1 - D_i)\varepsilon} = \frac{E(\varepsilon)}{1 - D_i};$$

dove σ_m e $E(\varepsilon)$ sono, rispettivamente, la tensione media ed il modulo elastico secante della curva (a) in figura 1, così come deducibili dai diagrammi di figura 3.

Per il ciclo di scarico-ricarico effettuato in corrispondenza del valore di carico esterno pari a 100 kN, entrambi i provini hanno denunciato una pendenza media del ramo di scarico-ricarico maggiore della pendenza all'origine del diagramma di carico/spostamento (v. fig. 7).

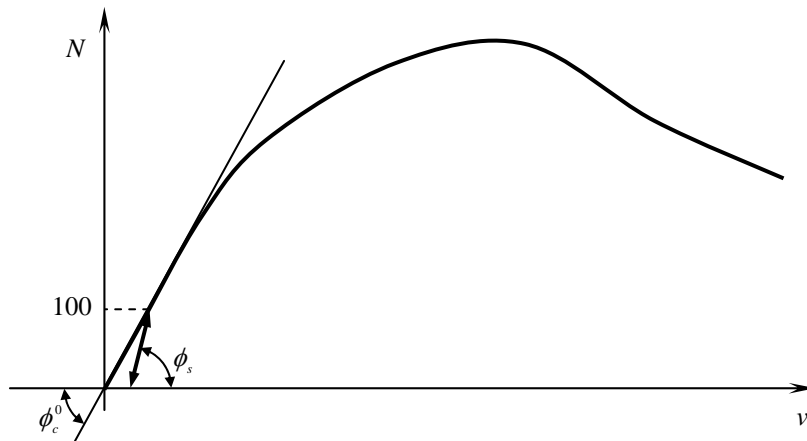


Fig. 7. Parametri utilizzati per la valutazione del danno iniziale D_0 .

Si è ritenuto lecito giustificare l'evidenza sperimentale in termini di tangenti all'origine ipotizzando la presenza, nel provino allo stato naturale, di un danno iniziale D_0 che all'inizio del processo di carico, mentre non verrebbe rilevato dalle grandezze microsismiche perché, in questa fase, le eventuali microfessure da danno iniziale sono ancora chiuse, avrebbe comunque effetto sulla rigidità globale del provino e sarebbe quindi rilevato dalla variabile di danno energetica.

Sotto queste ipotesi, nel caso della variabile di danno energetica si è ritenuto opportuno modificare la formulazione proposta dalla “Meccanica del Continuo Danneggiato” per la valutazione dell’area resistente:

$$A_{res_1} = A_n(1 - D_1);$$

per consentire di valutare anche l’incidenza del danno D_0 già presente nel provino allo stato naturale: tale danno iniziale, può essere originato da fenomeni di ritiro, velocità diverse di maturazione all’interno dei provini, escursioni termiche differenziali durante la fase di presa, condizioni di conservazione ecc. e ha come effetto macroscopico quello di ridurre l’area in grado di trasmettere le tensioni all’inizio della prova di carico (area nominale). Si ha quindi:

$$A_{res_1} = A_n(1 - D_0)(1 - D_1);$$

dove il termine $A_n(1 - D_0)$ rappresenta l’area nominale ridotta A'_n , ovvero l’area resistente effettiva all’inizio della prova di carico.

Il modulo elastico (secante) effettivo $E_{eff_1}(\varepsilon)$ viene modificato come segue:

$$E_{eff_1}(\varepsilon) = \frac{\sigma_{eff_i}}{\varepsilon} = \frac{N}{A_{res_1} \varepsilon} = \frac{N}{A_n(1 - D_0)(1 - D_1)\varepsilon} = \frac{\sigma_m}{(1 - D_0)(1 - D_1)\varepsilon} = \frac{E(\varepsilon)}{(1 - D_0)(1 - D_1)}.$$

Per quanto riguarda le variabili macroscopiche di danno di derivazione microsismica, poiché il danno iniziale D_0 incide in misura diversa sul dato sperimentale al variare del valore di carico esterno (incidenza nulla per carico nullo, incidenza massima in corrispondenza della crisi) perché, al variare del carico esterno varia l’apertura delle microlesioni da danno iniziale, non è possibile associare a tali variabili un valore di danno iniziale.

Di conseguenza, nel seguito, delle tre variabili di danno proposte inizialmente verrà considerata solo quella di derivazione energetica, D_1 , (che, tra l’altro è quella che presenta le minori difficoltà di deduzione dai dati sperimentali) con la relativa correzione per danno iniziale D_0 .

Poiché, per il valore di carico esterno pari a 100 kN, entrambi i provini esibivano ancora un comportamento macroscopico elastico lineare, si è considerato che, al momento dello scarico, il danneggiamento da carico esterno non avesse ancora avuto modo di svilupparsi ($D_1 = 0$). Dal momento che, in questo caso, la differenza fra le pendenze dei rami di carico e di scarico sarebbe imputabile al solo danno iniziale D_0 , si è assunto che la pendenza media del ramo di scarico-ricarico fosse proporzionale, tramite il solito fattore di scala, al modulo elastico effettivo tangente all’origine $E_{eff_1}^0$.

Si sono poi sfruttate queste ipotesi per valutare l’entità del danno iniziale D_0 . Infatti, ponendo $D_1 = 0$ e trascurando l’effetto isteresi nel ramo di scarico-ricarico (v. fig. 7) si ottiene:

$$A_{res_1}^0 = A_n(1 - D_0) = A'_n;$$

$$E_{eff_1}^0(\varepsilon) = \frac{E^0(\varepsilon)}{1 - D_0}$$

$$E^0(\varepsilon) = k \tan \phi_c^0;$$

$$E_{eff_1}^0(\varepsilon) \cong k \tan \phi_s ;$$

$$D_0 = 1 - \frac{E^0(\varepsilon)}{E_{eff_1}^0(\varepsilon)} \cong 1 - \frac{\tan \phi_c^0}{\tan \phi_s} ;$$

dove $A_{res_1}^0$ è l'area resistente per $N=0$, $E^0(\varepsilon)$ è la tangente all'origine del legame costitutivo σ_m/ε , ϕ_s e ϕ_c^0 sono gli angoli formati con l'asse delle ascisse, rispettivamente, dal ramo di scarico-ricarico e dalla tangente all'origine del diagramma di carico/spostamento (v. fig. 7) e k è il fattore di scala.

Sostituendo il valore di D_0 così determinato nell'espressione di $E_{eff_1}(\varepsilon)$, si ottiene:

$$E_{eff_1}(\varepsilon) = \frac{\tan \phi_s}{\tan \phi_c^0} \frac{E_{diss_{tot}}}{E_{diss_{tot}} - E_{diss}(\varepsilon)} E(\varepsilon);$$

Analogamente, per l'area resistente effettiva si ottiene:

$$A_{eff_1}(\varepsilon) = \frac{\tan \phi_c^0}{\tan \phi_s} \frac{E_{diss_{tot}} - E_{diss}(\varepsilon)}{E_{diss_{tot}}} A_n .$$

Nelle figure 8 e 9 si sono riportate le leggi di decremento dell'area resistente in percentuale dell'area resistente nominale ridotta A'_n , ovvero, si sono riportate le sole quote di decremento dovute al carico esterno.

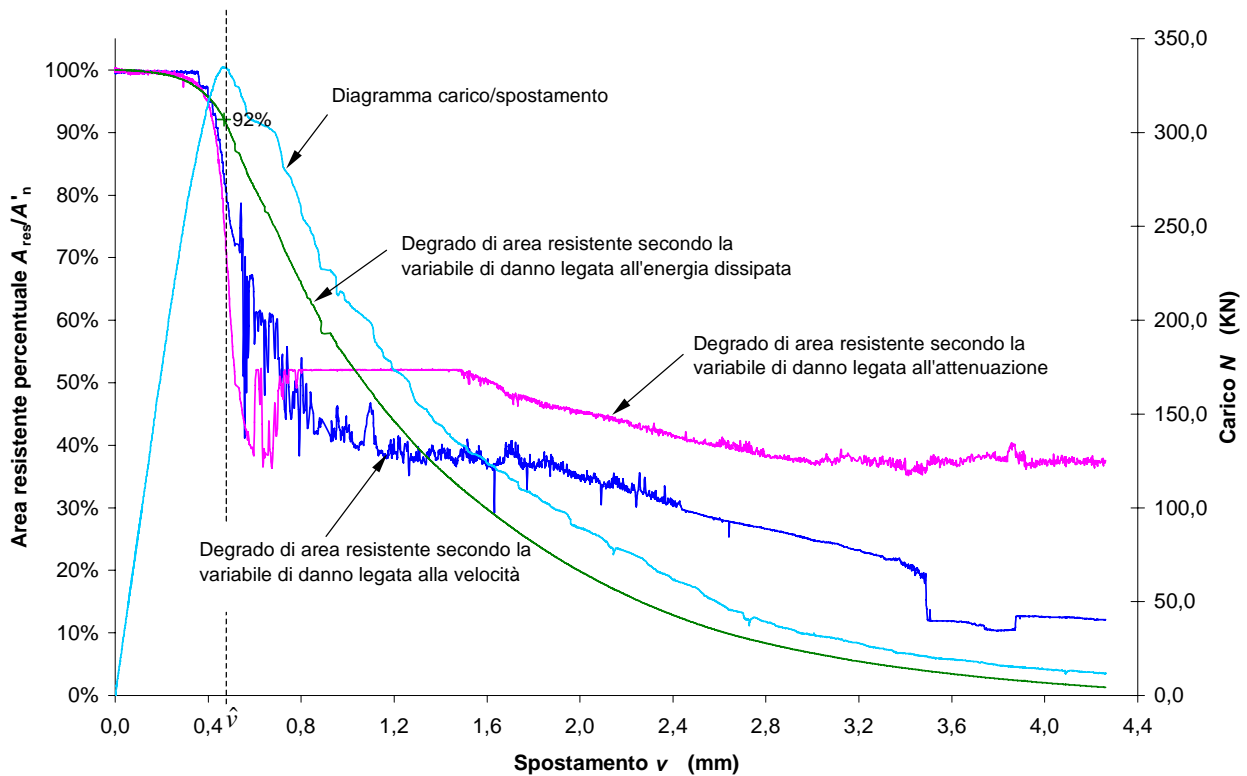


Fig. 8. Confronto, a parità di spostamento relativo, tra le leggi di decremento dell'area resistente percentuale ed il diagramma carico/spostamento per il provino cilindrico alto 300 mm ($\phi=150$ mm).

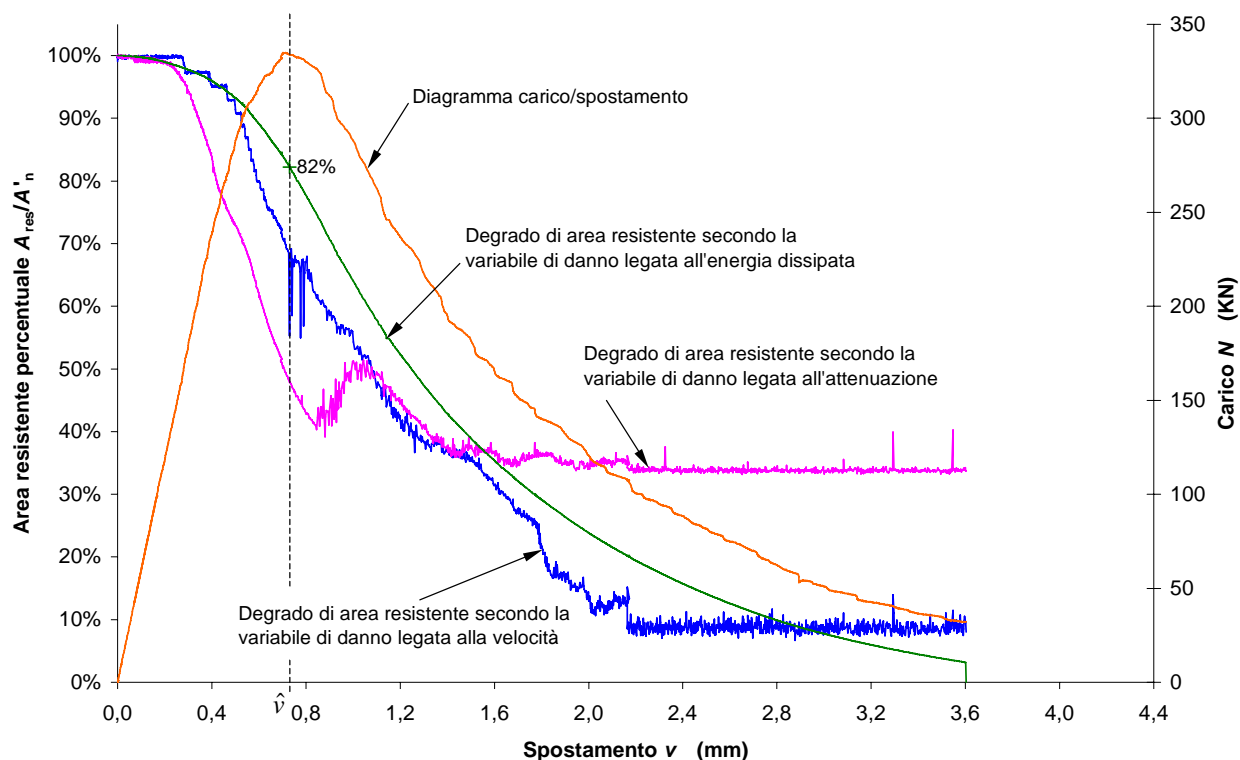


Fig. 9. Confronto, a parità di spostamento relativo, tra le leggi di decremento dell'area resistente percentuale ed il diagramma carico/spostamento per il provino cilindrico alto 200 mm ($\phi=150$ mm).

Come si può notare dai grafici riportati, la rilevazione sperimentale della velocità è risultata più attendibile, ai fini della determinazione dell'area resistente, della rispettiva attenuazione in quanto, per un limite della strumentazione usata, al raggiungimento del carico massimo non è stato più possibile compensare il segnale. In termini di deduzione di area resistente, quindi, i risultati derivanti dall'analisi dell'attenuazione sono da ritenere attendibili solo fino al valore di spostamento corrispondente alla soglia orizzontale che compare nelle figure 8 e 9.

Dai grafici si nota anche che, a causa del comportamento più fragile del provino alto 300 mm rispetto a quello alto 200 mm, nel primo è stato più difficile gestire la rilevazione (manuale) delle quantità microsismiche. A causa di ciò, nel provino alto 300 mm, le variabili di danno di derivazione microsismica sono attendibili solo fino allo spostamento corrispondente al carico esterno massimo mentre, nel provino alto 200 mm, la variabile di danno ricavata dalla variazione percentuale della velocità è attendibile anche in fase di softening avanzato (rimangono comunque valide le considerazioni fatte a proposito dell'attendibilità della variabile di danno ricavata dalla variazione dell'attenuazione).

I maggiori problemi di rilevazione microsismica si sono avuti in corrispondenza del carico esterno massimo perché, in corrispondenza di questo valore di carico, la velocità di fessurazione assume il valore massimo (massimo valore della tangente alle curve di decremento dell'area resistente percentuale per tutti le variabili di danno adottate) ed il rapido svilupparsi della frattura origina un segnale di disturbo che si sovrappone al dato sperimentale. Però, laddove il comportamento non troppo fragile del provino ha consentito all'operatore di compensare il segnale microsismico in fase di softening, i tre parametri di crisi hanno riassunto valori simili (v. fig. 9).

Ne deriva che, nei rispettivi campi di validità, le rilevazioni microsismiche confermano i risultati in termini di decremento da carico esterno dell'area resistente che si ottengono dal parametro energetico.

In fig. 10 sono state confrontate le leggi di decremento da carico esterno dell'area resistente, ottenute dalla variabile energetica di danno, in percentuale dell'area nominale ridotta A'_n .

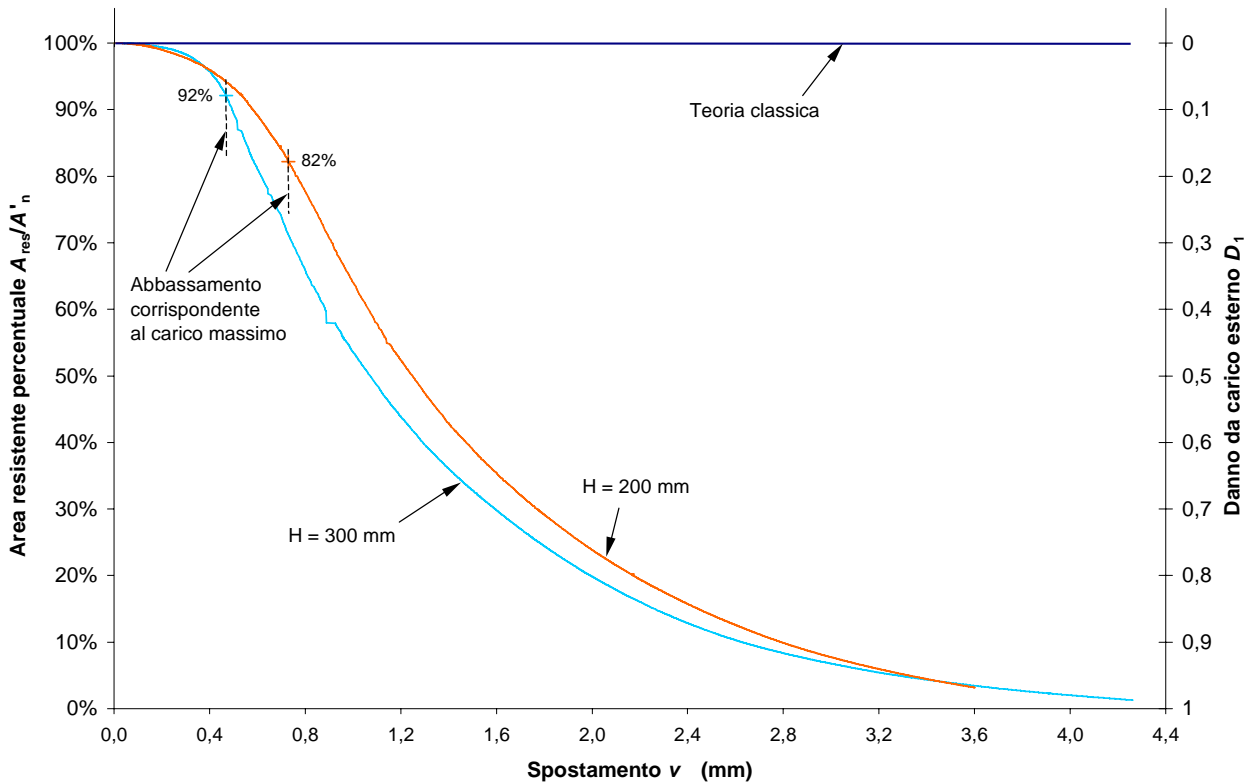


Fig. 10. Confronto tra le leggi di decremento dell'area resistente dovute alla sola azione del carico esterno (variabile di danno: variazione percentuale dell'energia dissipata).

Da notare che, per la relazione esistente tra variabile di danno da carico esterno D_1 e area resistente normalizzata rispetto all'area nominale ridotta A'_n , la variabile di danno D_1 può essere letta direttamente dalla fig. 10 come complemento a uno delle leggi di decremento di area resistente percentuale, ovvero, come differenza tra la curva della teoria classica (retta con valore unitario di $A_{res} \equiv A'_n \equiv A_n$) e le curve di decremento di area resistente percentuale.

Dall'andamento dei grafici riportati, si nota che, a causa del comportamento più fragile del provino alto 300 mm rispetto a quello alto 200 mm, in corrispondenza del carico esterno massimo il danno da carico esterno percentualmente accumulato dal primo è minore, ma lo sviluppo delle fessure è più veloce (valore maggiore, in valore assoluto, della tangente alla curva di decremento).

Infine, introducendo il valore di danno iniziale D_0 , si ottengono le leggi di decremento dell'area resistente in percentuale dell'area nominale (v. fig. 11).

Definita la variabile di danno equivalente come:

$$D_{eq} = 1 - (1 - D_0)(1 - D_1) = D_0 + D_1 - D_0D_1;$$

poiché si ottiene:

$$A_{res_1} = A_n(1 - D_{eq});$$

è immediato verificare che alla differenza tra la curva della teoria classica e le curve di decremento di area resistente percentuale resta associato proprio la variabile di danno equivalente D_{eq} (fig. 11).

Poiché, per spostamento relativo nullo, si ha:

$$D_1 = 0;$$

$$D_{eq} = D_0.$$

si può leggere direttamente il danno iniziale D_0 come quota all'origine del diagramma del danno equivalente D_{eq} (v. fig. 11).

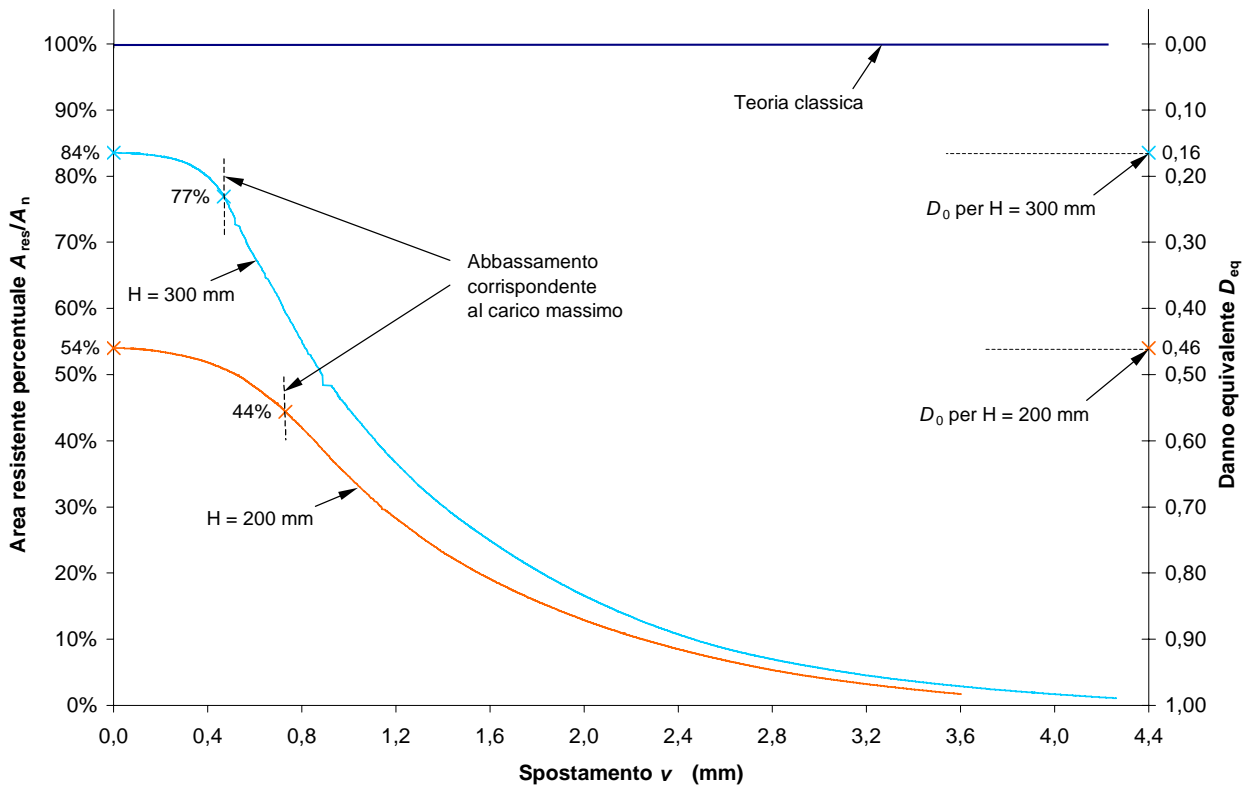


Fig. 11. Confronto tra le leggi di decremento dell'area resistente dovute sia all'azione del carico esterno, sia al danno iniziale (variabile di danno: variazione percentuale dell'energia dissipata).

Stima del legame costitutivo

Tornando alle figure 8 e 9, si può notare che, per abbassamenti maggiori a quello (\hat{v}) cui corrisponde il carico esterno massimo, se si indica con $q(v)$ il fattore di scala che intercorre tra la legge di variazione del carico esterno e le leggi di decremento da carico esterno dell'area resistente percentuale:

$$N(v) = q(v) \frac{A_{res}(v)}{A'_n};$$

il fattore $q(v)$ risulta essere una funzione a valori positivi crescente con v .

Ne segue che, per $v > \hat{v}$, la velocità di decremento da carico esterno dell'area resistente percentuale è, in valore assoluto e a meno del fattore di scala, maggiore della velocità di decremento del carico esterno. Infatti poiché:

$$\frac{dN(v)}{dv} = \frac{dq(v)}{dv} \frac{A_{res}(v)}{A'_n} + q(v) \frac{d}{dv} \left(\frac{A_{res}(v)}{A'_n} \right);$$

e essendo per $v > \hat{v}$:

$$\frac{dN(v)}{dv} < 0;$$

$$\frac{dq(v)}{dv} \frac{A_{res}(v)}{A'_n} > 0;$$

$$q(v) \frac{d}{dv} \left(\frac{A_{res}(v)}{A'_n} \right) < 0;$$

si ha:

$$\left| \frac{d}{dv} \left(\frac{A_{res}(v)}{A'_n} \right) \right| > \frac{1}{q(v)} \left| \frac{dN(v)}{dv} \right| \quad \text{per } v > \hat{v}.$$

Conseguenza notevole di questo risultato è che poiché la derivata prima della tensione effettiva:

$$\frac{d\sigma_{eff}(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{\frac{dN(\varepsilon)}{d\varepsilon} A_{res}(\varepsilon) - \frac{dA_{res}(\varepsilon)}{d\varepsilon} N(\varepsilon)}{A_{res}^2(\varepsilon)};$$

si può scrivere come:

$$\frac{d\sigma_{eff}(\varepsilon)}{d\varepsilon} = h \frac{\frac{dN(v)}{dv} A_{res}(v) - \frac{dA_{res}(v)}{dv} N(v)}{A_{res}^2(v)};$$

in cui, per $v > \hat{v}$, tenendo conto delle espressioni precedenti, si può porre:

$$\left| \frac{dA_{res}(v)}{dv} N(v) \right| > \frac{A'_n}{q(v)} \left| \frac{dN(v)}{dv} \right| q(v) \frac{A_{res}}{A'_n} = \left| \frac{dN(v)}{dv} \right| A_{res} \quad \text{per } v > \hat{v};$$

la derivata prima della tensione effettiva assume sempre valore finito maggiore di 0:

$$\boxed{0 < \frac{d\sigma_{eff}}{d\varepsilon} < +\infty \quad \forall v}$$

Poiché la variabile di danno energetica è legata all'integrale del diagramma di carico, si ha che, per $v > \hat{v}$, il termine $1 - D$ tende a zero più velocemente di $N(v)$ e, quindi, per $v > \hat{v}$, il fattore:

$$q(v) = N(v) \frac{A'_n}{A_{res}(v)} = \frac{N(v)}{1-D};$$

è sempre una funzione (a valori positivi) crescente con v . Quindi:

$$\frac{dq(v)}{dv} > 0 \quad \text{per } v > \hat{v}$$

indipendentemente dalla geometria del solido di prova.

Ne segue, allora, che la derivata del legame costitutivo è strettamente crescente indipendentemente dalla geometria del solido di prova.

Già con la sola valutazione del danno da carico esterno viene quindi confermata l'ipotesi che il legame costitutivo effettivo del calcestruzzo sia una funzione monotona crescente dello spostamento relativo.

Ovviamente, considerando:

$$\frac{dA_{res_i}}{d\varepsilon} = 0;$$

si ricade nella trattazione classica e si riottiene:

$$A_{res_i} = A_n;$$

$$\frac{d\sigma_m}{d\varepsilon} = \frac{dN}{A_n} \geq 0 \quad \text{per } v \leq \hat{v};$$

$$\frac{d\sigma_m}{d\varepsilon} = \frac{dN}{A_n} < 0. \quad \text{per } v > \hat{v};$$

Quindi, trascurare la variazione di sezione resistente equivale a trascurare il termine di ordine maggiore (sempre positivo) nella derivata della tensione effettiva. Ciò porta, per $v > \hat{v}$, ad un forte errore di valutazione insito nella teoria classica che, quindi, non può essere considerata rappresentativa, nemmeno in prima approssimazione, del comportamento effettivo del materiale.

Poiché le prove di carico sono state effettuate a velocità di spostamento costante, le velocità di deformazione delle due prove sono state diverse e, quindi, l'effetto della viscosità ha influito, nei due casi, in maniera differente. Tale effetto è stato inoltre amplificato dal fatto che, durante le prove di carico, la velocità di caricamento è stata molto bassa. Per una più corretta deduzione dai dati sperimentali, si è quindi voluto stimare anche l'effetto della viscosità. A questo scopo, si è introdotta una legge di viscosità lineare valutando lo spostamento Δv , conseguente all'applicazione di un incremento di carico esterno ΔN per un intervallo di tempo Δt , come:

$$\Delta v = hc_1 \Delta \sigma_{eff_1} + hc_2 \Delta \sigma_{eff_1} \Delta t;$$

dove: h è l'altezza del provino, $hc_1 \Delta \sigma_{eff_1}$ è il termine che indica lo spostamento relativo istantaneo ed è espresso in funzione della tensione effettiva:

$$\Delta\sigma_{eff_1} = \frac{\Delta N}{A_n(1-D_0)(1-D_1)},$$

$hc_2\Delta\sigma_{eff_1}\Delta t$ è il termine che indica lo spostamento per scorrimento viscoso.

Discretizzando la funzione continua $N(t)$ come somma di una successione di incrementi di carico esterno, è possibile valutare lo spostamento totale all'istante t come:

$$v(t) = v(t-1) + hc_1\Delta\sigma_{eff_1}(t) + hc_2\sigma_{eff_1}(t)\Delta t;$$

dove: Δt , tempo intercorso tra l'applicazione di due incrementi successivi di carico esterno, è stato assunto pari a 1sec, le funzioni $\Delta\sigma_{eff_1}(t)$ e $\sigma_{eff_1}(t)$ sono funzioni (discrete) note in quanto sono note le funzioni (discrete) $N(t)$ e $A_{res}(t) = A_n(1-D_1(t))$.

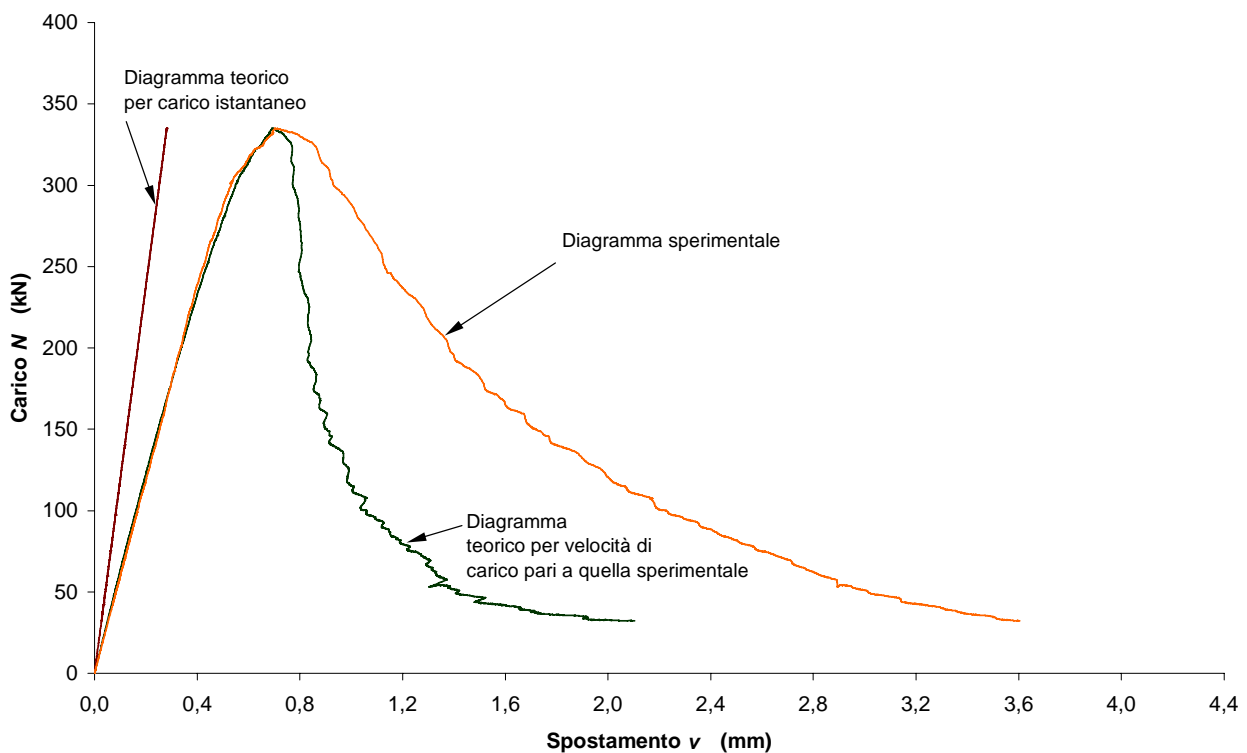


Fig. 12. Influenza dell'effetto viscosità per il provino alto 200 mm ($\phi=150$ mm).

Data la notevole complessità del fenomeno, si è limitata l'analisi alla correzione per effetto viscosità della sola tangente all'origine del nuovo legame costitutivo. In quest'ottica, si sono calibrati i parametri c_1 e c_2 in modo da ottenere una legge teorica carico/spostamento con stessa tangente all'origine del diagramma sperimentale carico/spostamento precedente (v. fig. 12 per il cilindro alto 200 mm).

Risolto così il problema di identificazione, si è ottenuto il diagramma teorico carico/spostamento per carico istantaneo ponendo $c_2 = 0$ nella relazione precedente (v. fig. 12).

Ottenuta in questo modo una stima della variazione di tangente all'origine per effetto viscosità, è stato possibile ricavare la tangente all'origine dei legami costitutivi teorici per carico istantaneo. Il fattore correttivo per viscosità D_c del modulo di Young è stato valutato come:

$$D_c = 1 - \frac{\tan \phi_c^0}{\tan \phi_{ist}};$$

dove: ϕ_c^0 è l'angolo formato dalla tangente all'origine del diagramma sperimentale carico/spostamento con l'asse delle ascisse e ϕ_{ist} è l'angolo formato dalla tangente all'origine del diagramma carico/spostamento per carico istantaneo con l'asse delle ascisse.

Quindi, il modulo di Young per carico istantaneo $E_{eff_1}^{ist}$ risulta:

$$E_{eff_1}^{ist} = \frac{E^{ist}}{(1 - D_0)(1 - D_c)};$$

con E^{ist} modulo di Young tangente all'origine per carico istantaneo della teoria classica.

Sostituendo i valori di D_0 e D_c , si ottiene:

$$E_{eff_1}^{ist} = \frac{\tan \phi_{ist} \tan \phi_s}{(\tan \phi_c^0)^2} E^{ist}$$

In figura 13 sono stati messi in evidenza, per il provino alto 200 mm, gli effetti sul legame costitutivo effettivo delle singole quote di danno e dell'effetto viscosità, in rapporto al legame costitutivo di derivazione classica:

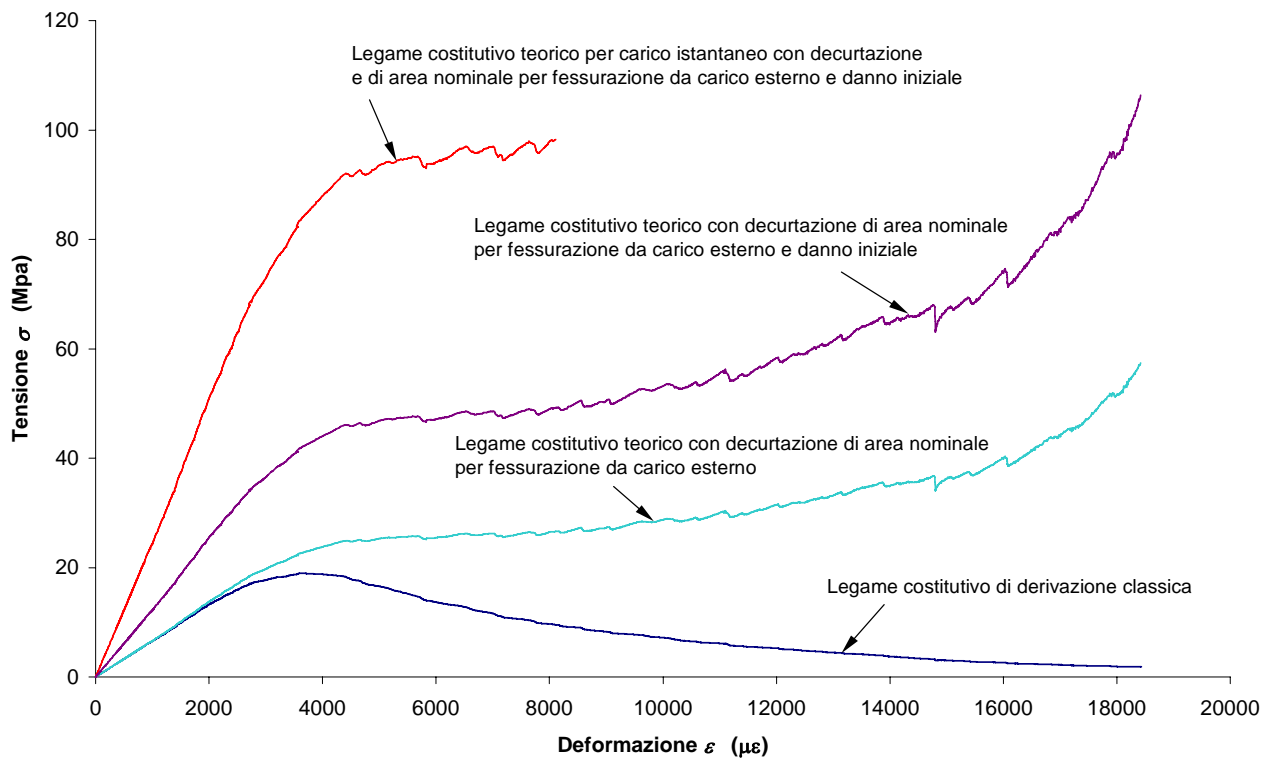


Fig. 13. Incidenza sulla deduzione del legame costitutivo dai dati sperimentali delle singole quote di danno e dell'effetto viscosità (provino alto 200 mm, $\phi = 150$ mm).

- la decurtazione dell'area nominale a causa del danno provocato dal carico esterno modifica profondamente la derivata del legame costitutivo oltre lo spostamento corrispondente al carico esterno massimo e porta, da sola, alla completa scomparsa del comportamento softening;
- l'ulteriore decurtazione dell'area nominale a causa del danno iniziale porta ad una modifica della tangente all'origine, mentre non incide in modo sostanziale sulla tangente del legame costitutivo teorico oltre lo spostamento corrispondente al carico esterno massimo;
- la correzione dell'effetto viscosità porta ad un'ulteriore innalzamento della tangente all'origine del legame costitutivo teorico per caricamento istantaneo.

In quest'ultimo caso, il diagramma è stato troncato poco oltre il valore di spostamento corrispondente al carico esterno massimo perché oltre tale valore la legge lineare di viscosità non fornisce più valori attendibili (v. fig. 12).

Sovrapponendo i legami costitutivi teorici ottenuti con la doppia correzione sull'area resistente per danno da carico esterno e danno iniziale (fig. 14), si nota che le due curve, pur denunciando andamenti simili, non sono sovrapponibili.

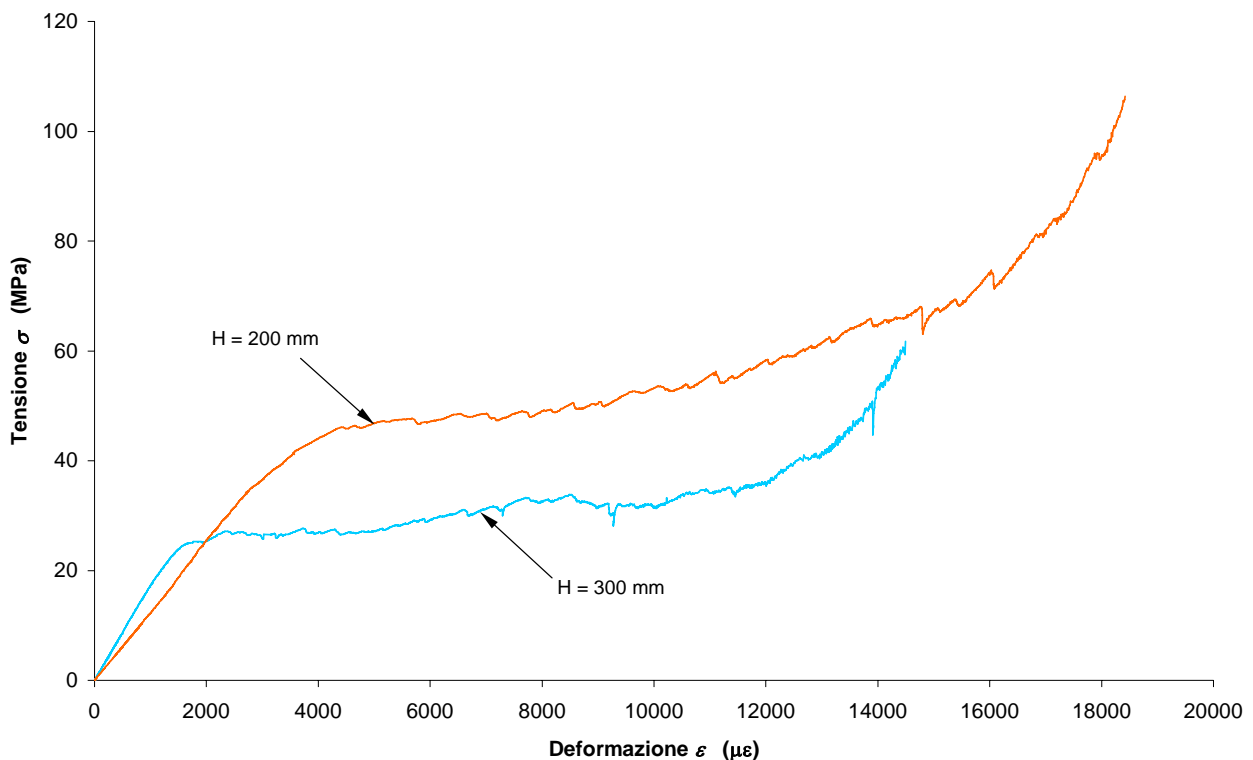


Fig. 14. Legami costitutivi teorici ottenuti considerando l'effetto sulla decurtazione dell'area resistente delle sole quote di danno ($\phi=150$ mm).

Le ragioni di questa differenza sono sicuramente almeno due:

- non è ancora stata effettuata la correzione per effetto viscosità;
- la presenza dell'attrito con i piatti della pressa ha comportato un effetto di confinamento che, a causa della differente geometria dei due provini, è stato, nei due casi, di entità diversa.

Poiché l'effetto dello stato di triassialità dovuto all'attrito è proporzionale, attraverso l'effetto Poisson, allo spostamento longitudinale, se si limita l'analisi all'individuazione della tangente all'origine del nuovo legame costitutivo è possibile trascurarlo.

In queste ipotesi, è sufficiente includere la correzione da effetto viscosità per ottenere i tratti iniziali dei legami costitutivi teorici per caricamento istantaneo (v. fig. 15).

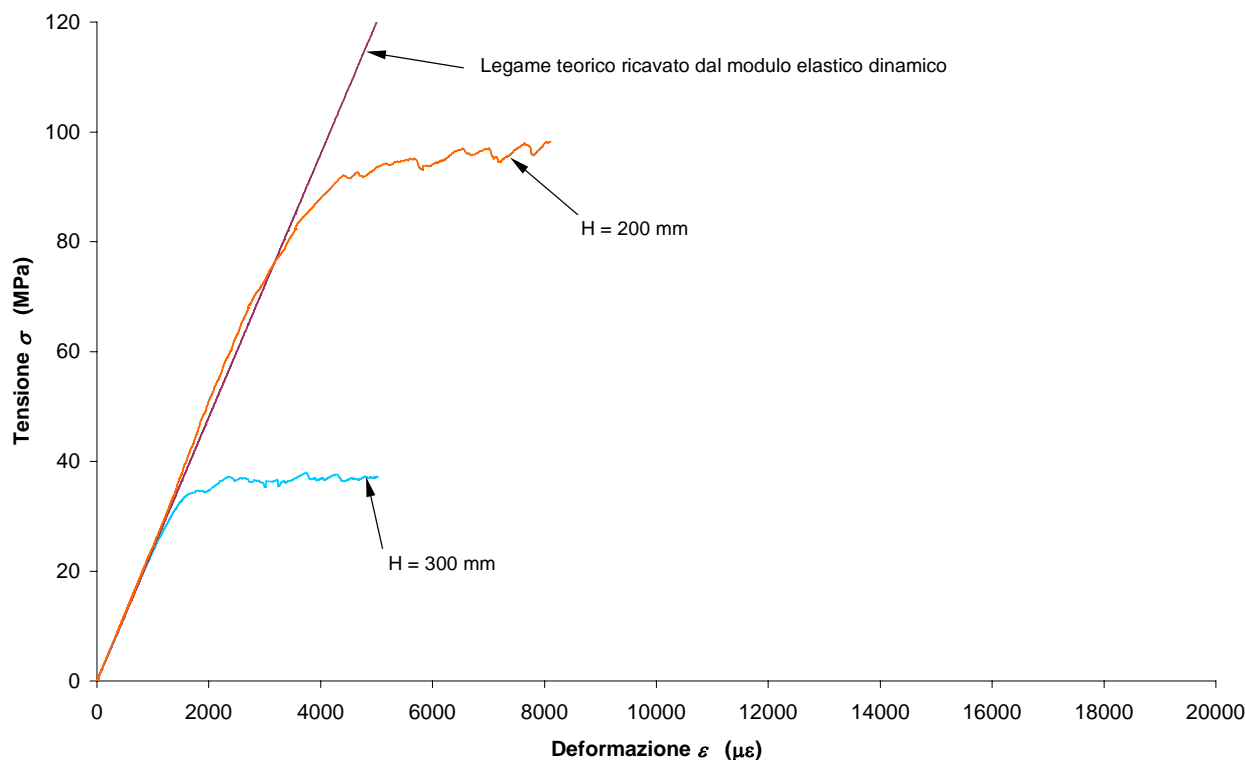


Fig. 15. Legami costitutivi teorici ottenuti considerando l'effetto, sulla decurtazione dell'area resistente, sia delle quote di danno, sia della viscosità ($\phi=150$ mm).

È interessante notare che in questo secondo caso, anche se la legge di viscosità utilizzata è di tipo lineare, le tangenti all'origine dei due diagrammi non solo sono molto prossime tra loro, ma sono molto prossime anche al valore del modulo elastico dinamico E_d (v. fig. 15):

$$E_d = \rho v^2 \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu};$$

dove: ρ è la densità del materiale, v è la velocità di propagazione delle onde elastiche e ν è il modulo di Poisson.

La coincidenza col modulo elastico dinamico può essere spiegata col fatto che per carico esterno nullo le microfessure da danno iniziale sono chiuse e la velocità delle onde elastiche non ne sente l'influenza. Di fatto, quindi, il modulo elastico dinamico, pur derivando da misure di velocità su una sezione con danno iniziale, fornisce il valore relativo alla sezione integra.

Conclusioni

Si è approntato una programma sperimentale in grado di evidenziare, in sede di elaborazione dati, ciò che la "Meccanica del Continuo Danneggiato" assume come ipotesi e, cioè, il fatto che il legame costitutivo effettivo del calcestruzzo abbia comportamento monotono crescente.

Tramite semplici prove di resistenza si è quindi dimostrato come il comportamento softening dei solidi in calcestruzzo sia dovuto solo ad un effetto strutturale e non corrisponda ad una effettiva proprietà del materiale (assunto omogeneo).

Rispetto alla trattazione della "Meccanica del Continuo Danneggiato" si è evidenziata l'opportunità di considerare gli effetti sulla sezione resistente di un eventuale danno iniziale presente nel provino allo stato naturale.

Accanto alle nuove formulazioni di legame costitutivo effettivo per due geometrie di provini in calcestruzzo, sono state ottenute le leggi di decremento dell'area resistente e le leggi di evoluzione della misura equivalente del danno.

Considerando il decremento di area resistente, l'analisi della derivata prima della tensione effettiva ha confermato la circostanza secondo la quale, al di là della particolare geometria del solido di prova, il valore di tale derivata è sempre finito e maggiore di zero.

Si è mostrato come la trattazione classica, nel trascurare il decremento di area resistente, trascuri, in realtà, il termine che, oltre il carico esterno massimo, assume maggior peso nella determinazione della derivata prima della tensione effettiva.

La tangente all'origine del nuovo legame costitutivo effettivo per caricamento istantaneo coincide col valore del modulo elastico dinamico e ciò conferma la validità del procedimento proposto.

Bibliografia

- [1] **Bažant, Z. P., and Mazars, J.**, “France – U. S. Workshop on Strain Localization and Size Effect due to Cracking and Damage”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 116, No. 6, June 1990, pp. 1412-1424.
- [2] **Benouniche, S.**, “Modelisation de L’Endommagement du Beton Hydraulique par Microfessuration en Compression”, Dottorato di Ricerca in Meccanica dei Materiali – III Ciclo, Università di Parigi VI, Tesi di Dottorato, Parigi, Dicembre 1979.
- [3] **Bigoni, D.**, “Localizzazione della Deformazione e Biforcazione in Presenza di Leggi Costitutive Elasto – Plastiche Incrementali: Applicazioni a Materiali Fragili – Coesivi”, Dottorato di Ricerca in Meccanica delle Strutture, Università di Bologna, Tesi di Dottorato, Febbraio 1991.
- [4] **Daponte, P., Maceri, F., and Olivito, R. S.**, “Frequency-Domain Analysis of Ultrasonic Pulses for the Measure of Damage Growth in Structural Materials”, *1990 Ultrasonic Symposium*, 1990, pp. 1113-1118.
- [5] **Daponte, P., and Olivito, R. S.**, “Metodi Ultrasonici per il Rilevamento del Danno nel Calcestruzzo: Analisi nel Dominio del Tempo e della Frequenza”, *Meccanica dei Materiali e delle Strutture, Atti del Convegno Nazionale in Ricordo di Riccardo Baldacci e Michele Capurso*, 25-27 Ottobre 1989, pp. 297-306.
- [6] **Daponte, P., and Olivito, R. S.**, “Crack Detection Measurements in Concrete”, *Proceedings of the ISMM International Conference Microcomputers Applications*, December 14-16, 1989, pp.123-127.
- [7] **Di Tommaso, A., Pascale, G., and Cianfrone, F.**, “Experimental Microseismic Evaluation of Artificially Induced Defects on Stonework”, *Fracture of Concrete and Rock: Recent Developments*, Elsevier Applied Science, September 1989, pp. 265-277.
- [8] **Ferretti, E., Viola, E., and Di Leo, A.**, “Comportamento Macroscopico in Compressione dei Calcestruzzi e Nuove Assunzioni Costitutive”, *Atti del Congresso su “La Sicurezza delle Strutture in Calcestruzzo ad Alte Prestazioni”*, Progetto Nazionale Cofinanziato dal Murst – 1997-98, 11-12 Marzo 1999.
- [9] **Goretti, A.**, “Evoluzione dei Modelli di Comportamento del Conglomerato Teso”, Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture – IV Ciclo, Università di Roma “La Sapienza” – Università dell’Aquila, Tesi di Dottorato, Roma, Febbraio 1992.
- [10] **Olivito, R. S., and Surace, L.**, “Una Metodologia Ultrasonica per lo Studio del Danneggiamento in Provini di Calcestruzzo”, pp. 418-425.